



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°37



CAPU0037

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 4 et 14 par 2.
- **B** est la somme de 4 et du quotient de 14 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 3^2 - 18 \quad \mathbf{D} = 15 + 7 \times 2 \quad \mathbf{E} = (3 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$526 \text{ divisé par } 7 \quad 335 \text{ divisé par } 13$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 243 par 6 ? Justifier.

$$(a) 243 = 6 \times 39 + 9 \quad (b) 243 = 6 \times 41 - 3 \quad (c) 243 = 6 \times 40 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 82 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417					
5 908					
455					
4 560					
3 609					

2. Dans le nombre $83\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 78.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°37



CAPU0037

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 60 - 5 \times 3 \quad B = 4 \times 4 - 4 \times 3$$

$$C = (4 + 5) \times 4 - 4 \quad D = 2 \times [28 - (9 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 6 \times 9 + 7 = 79 \quad 9 \times 2 \times 3 + 2 = 72$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 18 \times 99 \quad F = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 \quad G = 5 \times 33 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 11 \times 11 \quad 6 + 6 + 6 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

118 ; 125 ; 145 ; 39 ; 49 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 3 \quad B = (4 \times 4)^2 - 3$$

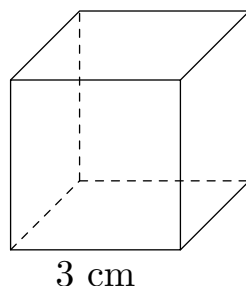
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 8 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 8$? Pour $n = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 14 et 56.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 14) \div 2 = 18 \div 2 = 9$

$B = 4 + 14 \div 2 = 4 + 7 = 11$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 3^2 - 18$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 3 et 18.

$D = 15 + 7 \times 2$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du produit de 7 par 2.

$E = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 75 = 525 \leq 526 < 532 = 7 \times 76$: le quotient est 75, le reste $526 - 525 = 1$.

$526 = 7 \times 75 + 1$, avec $1 < 7$.

$13 \times 25 = 325 \leq 335 < 338 = 13 \times 26$: le quotient est 25, le reste $335 - 325 = 10$.

$335 = 13 \times 25 + 10$, avec $10 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $243 = 6 \times 39 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $243 = 6 \times 41 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $243 = 6 \times 40 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 40, reste 3.

Comme $3 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 243 par 40 : quotient 40, reste 3.

3. $82 = 12 \times 6 + 10$

6 minibus pleins transportent 72 élèves ; il en reste 10 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 10 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°37



CAPU0037

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417	non	oui	non	non	non
5 908	oui	non	non	non	non
455	non	non	oui	non	non
4 560	oui	oui	oui	non	oui
3 609	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \quad 5\,908 \rightarrow 5 + 9 + 0 + 8 = 22 \quad 455 \rightarrow 4 + 5 + 5 = 14$$

$$4\,560 \rightarrow 4 + 5 + 6 + 0 = 15 \quad 3\,609 \rightarrow 3 + 6 + 0 + 9 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 3 + \square = 11 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 15$$

Une seule solution : 834.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 78. » **Vrai**. $78 = 3 \times 26$: le reste de la division de 78 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 60 - 5 \times 3 = 60 - 15 = 45$

$$B = 4 \times 4 - 4 \times 3 = 16 - 12 = 4$$

$$C = (4 + 5) \times 4 - 4 = 9 \times 4 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$D = 2 \times [28 - (9 + 5)] = 2 \times [28 - 14] = 2 \times 14 = 28$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 6) \times 9 + 7 = 8 \times 9 + 7 = 72 + 7 = 79$$

$$9 \times (2 \times 3 + 2) = 9 \times (6 + 2) = 9 \times 8 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 18 \times 99 = 18 \times (100 - 1) = 18 \times 100 - 18 \times 1 = 1\,800 - 18 = 1\,782$$

$$F = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

$$G = 5 \times 33 \times 20 = 5 \times 20 \times 33 = 100 \times 33 = 3\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°37



CAPU0037

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $11 \times 11 = 11^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $6^3 = 216$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

39 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2$) $49 = 7^2$: **carré**

$100 = 10^2$: **carré** 118 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2$)

$125 = 5^3$: **cube** 145 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 3 = 4 \times 16 - 3 = 64 - 3 = 61$

$B = (4 \times 4)^2 - 3 = 16^2 - 3 = 256 - 3 = 253$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 8$: $n^2 + 8 = 8^2 + 8 = 64 + 8 = 72$ et $6n = 6 \times 8 = 48$.

$72 \neq 48$: l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Pour $n = 2$: $n^2 + 8 = 2^2 + 8 = 4 + 8 = 12$ et $6n = 6 \times 2 = 12$.

$12 = 12$: l'égalité est vraie pour $n = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 2 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°37



CAPU0037

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 14 et 56. » → encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 16, 25, 36, 49.

« Mon chiffre des unités est 6. » → reste : 16, 36.

« Je suis divisible par 3. » → reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).