



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°370



CAPU0370

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 12 et 6 par 6.
- **B** est la somme de 12 et du produit de 6 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (7 + 7) \times 3 \quad \mathbf{D} = (4 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = 2 \times 6^2 - 20$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$255 \text{ divisé par } 9 \quad 1\,828 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 182 par 8 ? Justifier.

$$(a) \, 182 = 8 \times 21 + 14 \quad (b) \, 182 = 8 \times 22 + 6 \quad (c) \, 182 = 8 \times 23 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 100 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 153					
831					
7 198					
4 450					
755					

2. Dans le nombre $4\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 7 est un diviseur de 188.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°370



CAPU0370

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 23 + 4 \times 4 \quad B = 42 \div 7 \times 3$$

$$C = 65 - 2 \times (20 - 9) \quad D = 2,6 + 6 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 6 \times 6 + 8 = 86 \quad 6 - 3 + 8 - 6 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad F = 28 \times 99 \quad G = 11 + 0,75 + 89$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 3 \times 3 \quad 2 + 2 + 2 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 3^3 = 9 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 8 ; 50 ; 144 ; 15 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 9 \quad B = (5 \times 4)^2 - 9$$

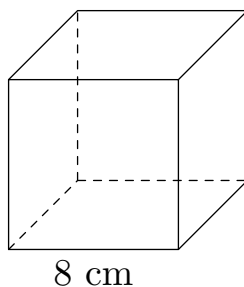
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 4$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 67.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (12 + 6) \times 6 = 18 \times 6 = 108$

$$B = 12 + 6 \times 6 = 12 + 36 = 48$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 7) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 7 par 3.

$$D = (4 + 7)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 4 et 7.}$$

$$E = 2 \times 6^2 - 20 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 6 et 20.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 28 = 252 \leq 255 < 261 = 9 \times 29$: le quotient est 28, le reste $255 - 252 = 3$.

$$255 = 9 \times 28 + 3, \text{ avec } 3 < 9.$$

$$22 \times 83 = 1\,826 \leq 1\,828 < 1\,848 = 22 \times 84 : \text{le quotient est 83, le reste } 1\,828 - 1\,826 = 2.$$

$$1\,828 = 22 \times 83 + 2, \text{ avec } 2 < 22.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $182 = 8 \times 21 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $182 = 8 \times 22 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $182 = 8 \times 23 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 22, reste 6.

Comme $6 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 182 par 22 : quotient 8, reste 6.

3. $100 = 12 \times 8 + 4$

8 minibus pleins transportent 96 élèves ; il en reste 4 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 4 = 8$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°370



CAPU0370

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 153	non	oui	non	oui	non
831	non	oui	non	non	non
7 198	oui	non	non	non	non
4 450	oui	non	oui	non	oui
755	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$9\ 153 \rightarrow 9 + 1 + 5 + 3 = 18 \quad 831 \rightarrow 8 + 3 + 1 = 12 \quad 7\ 198 \rightarrow 7 + 1 + 9 + 8 = 25$$

$$4\ 450 \rightarrow 4 + 4 + 5 + 0 = 13 \quad 755 \rightarrow 7 + 5 + 5 = 17$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 3 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 423.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 48 est divisible par 3 ($48 = 3 \times 16$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 7 est un diviseur de 188. » **Faux.** $188 = 7 \times 26 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 23 + 4 \times 4 = 23 + 16 = 39$

$$B = 42 \div 7 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = 65 - 2 \times (20 - 9) = 65 - 2 \times 11 = 65 - 22 = 43$$

$$D = 2,6 + 6 \times 2,5 = 2,6 + 15 = 17,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 + 6) \times 6 + 8 = 13 \times 6 + 8 = 78 + 8 = 86$$

$$6 - (3 + 8 - 6) = 6 - (11 - 6) = 6 - 5 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 28 \times 99 = 28 \times (100 - 1) = 28 \times 100 - 28 \times 1 = 2\ 800 - 28 = 2\ 772$$

$$G = 11 + 0,75 + 89 = 11 + 89 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $3 \times 3 = 3^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** 15 : ni l'un ni l'autre ($3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2$)

$16 = 4^2$: **carré** 50 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 9 = 5 \times 16 - 9 = 80 - 9 = 71$

$B = (5 \times 4)^2 - 9 = 20^2 - 9 = 400 - 9 = 391$

$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$

$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 5$: $x^3 + 4 = 5^3 + 4 = 125 + 4 = 129$

Pour $x = 10$: $x^3 + 4 = 10^3 + 4 = 1\ 000 + 4 = 1\ 004$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 67. » $\rightarrow$ encore 65 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27, 64.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 27.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°370



CAPU0370

Le nombre mystère est **27** ($27 = 3^3$).