



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°371



CAPU0371

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 4^2 - 7 \quad D = 2 \times 9^2 \quad E = 9^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

959 divisé par 4 1 253 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 405 par 13 ? Justifier.

$$(a) 405 = 13 \times 32 - 11 \quad (b) 405 = 13 \times 30 + 15 \quad (c) 405 = 13 \times 31 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 258 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
897					
2 223					
875					
8 948					
2 720					

2. Dans le nombre $70\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 110.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°371



CAPU0371

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 48 - 10 + 8 \quad B = 14 + 25 \div 5 \times 2$$

$$C = 91 - 5 \times (18 - 6) \quad D = [4 + 7 \times (7 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 5 - 2 - 9 = 15 \quad 2 \times 4 - 3 + 4 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 \quad F = 42 \times 11 \quad G = 54 + 0,75 + 46$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 12 \times 12 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 5)^2 = 1^2 + 5^2 \quad 2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

133 ; 49 ; 125 ; 86 ; 92 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 7 \quad B = (4 \times 6)^2 - 7$$

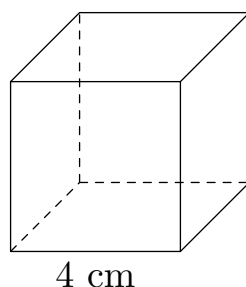
$$C = 1^2 + 4^2 \quad D = (1 + 4)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 15 = 8x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 164 et 208.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°371



CAPU0371

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 4^2 - 7$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 4 et 7.

$$D = 2 \times 9^2 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le double du carré de 9.}$$

$$E = 9^2 + 4^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 9 et de 4.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 239 = 956 \leq 959 < 960 = 4 \times 240$: le quotient est 239, le reste $959 - 956 = 3$.

$$959 = 4 \times 239 + 3, \text{ avec } 3 < 4.$$

$$13 \times 96 = 1\,248 \leq 1\,253 < 1\,261 = 13 \times 97 : \text{le quotient est 96, le reste } 1\,253 - 1\,248 = 5.$$

$$1\,253 = 13 \times 96 + 5, \text{ avec } 5 < 13.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $405 = 13 \times 32 - 11$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $405 = 13 \times 30 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $405 = 13 \times 31 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 31, reste 2.

Comme $2 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 405 par 31 : quotient 13, reste 2.

3. $258 = 30 \times 8 + 18$

En 8 soirs, elle lit 240 pages ; il lui en reste encore 18.

a) **Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 18 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
897	non	oui	non	non	non
2 223	non	oui	non	oui	non
875	non	non	oui	non	non
8 948	oui	non	non	non	non
2 720	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°371



CAPU0371

Sommes des chiffres :

$$897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \quad 2\,223 \rightarrow 2 + 2 + 2 + 3 = 9 \quad 875 \rightarrow 8 + 7 + 5 = 20$$

$$8\,948 \rightarrow 8 + 9 + 4 + 8 = 29 \quad 2\,720 \rightarrow 2 + 7 + 2 + 0 = 11$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 0 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 705.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 16 est pair mais $16 = 3 \times 5 + 1$.

« 5 est un diviseur de 110. » **Vrai.** $110 = 5 \times 22$: le reste de la division de 110 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 48 - 10 + 8 = 38 + 8 = 46$

$$B = 14 + 25 \div 5 \times 2 = 14 + 5 \times 2 = 14 + 10 = 24$$

$$C = 91 - 5 \times (18 - 6) = 91 - 5 \times 12 = 91 - 60 = 31$$

$$D = [4 + 7 \times (7 - 5)] \div 2 = [4 + 7 \times 2] \div 2 = [4 + 14] \div 2 = 18 \div 2 = 9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (5 - 2) - 9 = 8 \times 3 - 9 = 24 - 9 = 15$$

$$2 \times 4 - (3 + 4) = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 = 2,7 \times (0,4 + 0,6) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 42 \times 11 = 42 \times (10 + 1) = 42 \times 10 + 42 \times 1 = 420 + 42 = 462$$

$$G = 54 + 0,75 + 46 = 54 + 46 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $(1 + 5)^2 = 1^2 + 5^2$ » **Faux.** $(1 + 5)^2 = 6^2 = 36$, alors que $1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 86 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2)$$

$$92 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 92 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 133 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 7 = 4 \times 36 - 7 = 144 - 7 = 137$

$B = (4 \times 6)^2 - 7 = 24^2 - 7 = 576 - 7 = 569$

$C = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

$D = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 3$: $x^2 + 15 = 3^2 + 15 = 9 + 15 = 24$ et $8x = 8 \times 3 = 24$.

24 = 24 : l'égalité est vraie pour $x = 3$.

Pour $x = 2$: $x^2 + 15 = 2^2 + 15 = 4 + 15 = 19$ et $8x = 8 \times 2 = 16$.

19 $\neq$ 16 : l'égalité est fausse pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 3 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 164 et 208. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).