



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°372



CAPU0372

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 13 et 7 par 5.
- **B** est la somme de 13 et du produit de 7 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 3)^2 \quad \mathbf{D} = 11 + 24 \div 4 \quad \mathbf{E} = 22 - 3 \times 4$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

684 divisé par 8      485 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 253 par 10 ? Justifier.

$$(a) 253 = 10 \times 25 + 3 \quad (b) 253 = 10 \times 26 - 7 \quad (c) 253 = 10 \times 24 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 243 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 4 970  |       |       |       |       |        |
| 1 772  |       |       |       |       |        |
| 357    |       |       |       |       |        |
| 8 721  |       |       |       |       |        |
| 595    |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $81\square$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 48.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°372



CAPU0372

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 71 - 2 \times 9 \quad B = 15 \div 5 \times 3$$

$$C = 95 - 4 \times (18 - 2) \quad D = 7,4 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 7 + 6 \times 2 = 52 \quad 3 + 5 + 4 \times 3 = 36$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 \quad F = 39 \times 11 \quad G = 5 \times 82 \times 20$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 4 + 4 + 4 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 2^3 = 3^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

150 ; 104 ; 36 ; 16 ; 149 ; 8

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 6 \quad B = (5 \times 5)^2 - 6$$

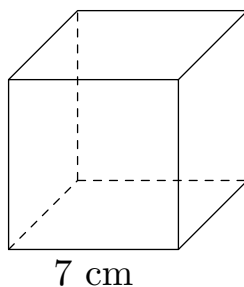
$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. On pose  $A = 2x^2 - 4$  et  $B = (2x)^2 - 4$ . Calculer A et B pour  $x = 3$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 7 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 11 et 32.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°372



CAPU0372

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (13 + 7) \times 5 = 20 \times 5 = 100$

$B = 13 + 7 \times 5 = 13 + 35 = 48$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (2 \times 3)^2$  est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = 11 + 24 \div 4$  est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 24 par 4.

$E = 22 - 3 \times 4$  est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 3 par 4.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $8 \times 85 = 680 \leq 684 < 688 = 8 \times 86$  : le quotient est 85, le reste  $684 - 680 = 4$ .

$684 = 8 \times 85 + 4$ , avec  $4 < 8$ .

$17 \times 28 = 476 \leq 485 < 493 = 17 \times 29$  : le quotient est 28, le reste  $485 - 476 = 9$ .

$485 = 17 \times 28 + 9$ , avec  $9 < 17$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 10$  » :

(a)  $253 = 10 \times 25 + 3$  : le reste 3 est bien inférieur à 10. ✓

(b)  $253 = 10 \times 26 - 7$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $253 = 10 \times 24 + 13$  : le « reste » 13 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

**C'est l'égalité (a) : quotient 25, reste 3.**

Comme  $3 < 25$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 253 par 25 : quotient 10, reste 3.

3.  $243 = 12 \times 20 + 3$ , avec  $3 < 12$

**a) Elle remplit 20 boîtes pleines.**

**b) Il reste 3 œufs.**

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 4 970  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |
| 1 772  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 357    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 8 721  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 595    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°372



CAPU0372

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,970 &\rightarrow 4 + 9 + 7 + 0 = 20 & 1\,772 &\rightarrow 1 + 7 + 7 + 2 = 17 & 357 &\rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \\ 8\,721 &\rightarrow 8 + 7 + 2 + 1 = 18 & 595 &\rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 :  $\square$  vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 :  $8 + 1 + \square = 9 + \square$  doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

**Une seule solution : 810.**

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 21 est divisible par 3 ( $21 = 3 \times 7$ ) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 48. » **Vrai.**  $48 = 4 \times 12$  : le reste de la division de 48 par 4 est nul.

## Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 71 - 2 \times 9 = 71 - 18 = 53$

$$B = 15 \div 5 \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

$$C = 95 - 4 \times (18 - 2) = 95 - 4 \times 16 = 95 - 64 = 31$$

$$D = 7,4 + 2 \times 0,5 = 7,4 + 1 = 8,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (7 + 6) \times 2 = 2 \times 13 \times 2 = 26 \times 2 = 52$$

$$(3 + 5 + 4) \times 3 = (8 + 4) \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

$$F = 39 \times 11 = 39 \times (10 + 1) = 39 \times 10 + 39 \times 1 = 390 + 39 = 429$$

$$G = 5 \times 82 \times 20 = 5 \times 20 \times 82 = 100 \times 82 = 8\,200$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

## Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $6 \times 6 \times 6 = 6^3$      $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$      $6 \times 6 = 6^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2.  $10^2 = 10 \times 10 = 100$      $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$      $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
     $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. «  $0^2 = 0$  » **Vrai.**  $0 \times 0 = 0$ .

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple :  $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ , qui n'est le carré d'aucun entier ( $3^2 = 9$  et  $4^2 = 16$ ). Cela arrive parfois ( $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2)$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°372



CAPU0372

149 : ni l'un ni l'autre ( $12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2$ )      150 : ni l'un ni l'autre ( $12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2$ )

### Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1.  $A = 5 \times 5^2 - 6 = 5 \times 25 - 6 = 125 - 6 = 119$

$$B = (5 \times 5)^2 - 6 = 25^2 - 6 = 625 - 6 = 619$$

$$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$  : dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $5 \times 5$ . Et  $C \neq D$  : le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes  $\times$ .

$$A = 2x^2 - 4 = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$$

$$B = (2x)^2 - 4 = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit  $2x$  tout entier.

### Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 7 petits cubes sur 7 :  $7^2 = 7 \times 7 = 49$ .

a) On voit 49 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 7 couches de 49 petits cubes :  $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$ .

b) Il a utilisé 343 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de  $7 - 2 = 5$  petits cubes d'arête.  $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ .

c) 125 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 11 et 32. »  $\rightarrow$  encore 20 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 16, 25.

« Je suis divisible par 2. »  $\rightarrow$  reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ( $16 = 4^2$ ).