



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°373



CAPU0373

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 3 et 3 par 5.
- **B** est la somme de 3 et du produit de 3 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (6 + 3) \times 2 \quad \mathbf{D} = (3 + 6) \div 3 \quad \mathbf{E} = 6^2 - 23$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

754 divisé par 5 1 824 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 280 par 9 ? Justifier.

$$(a) 280 = 9 \times 31 + 1 \quad (b) 280 = 9 \times 32 - 8 \quad (c) 280 = 9 \times 30 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 245 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 500					
141					
7 492					
3 519					
385					

2. Dans le nombre $52\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 84 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°373



CAPU0373

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 41 - 10 + 11 \quad B = 3 + 14 \div 2 \times 3$$

$$C = (4 + 10) \times 6 - 12 \quad D = 9,7 + 4 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 3 + 3 \times 3 = 27 \quad 4 \times 9 + 3 - 3 = 45$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 59 \times 50 \quad F = 41 \times 11 \quad G = 19 \times 75 + 19 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 8^2 = 16 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 98 ; 8 ; 70 ; 81 ; 131

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 3 \quad B = (4 \times 2)^2 - 3$$

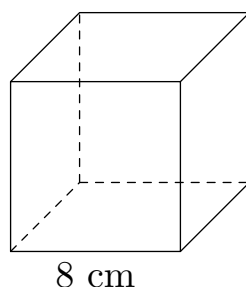
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 6$ et $B = (4x)^2 - 6$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 158 et 217.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°373



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$

$B = 3 + 3 \times 5 = 3 + 15 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (6 + 3) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 6 et 3 par 2.

$D = (3 + 6) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 6 par 3.

$E = 6^2 - 23$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 23.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 150 = 750 \leq 754 < 755 = 5 \times 151$: le quotient est 150, le reste $754 - 750 = 4$.

$754 = 5 \times 150 + 4$, avec $4 < 5$.

$13 \times 140 = 1\,820 \leq 1\,824 < 1\,833 = 13 \times 141$: le quotient est 140, le reste $1\,824 - 1\,820 = 4$.

$1\,824 = 13 \times 140 + 4$, avec $4 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $280 = 9 \times 31 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $280 = 9 \times 32 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $280 = 9 \times 30 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 31, reste 1.

Comme $1 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 280 par 31 : quotient 9, reste 1.

3. $245 = 18 \times 13 + 11$

En 13 soirs, elle lit 234 pages ; il lui en reste encore 11.

a) Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 11 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 500	oui	oui	oui	non	oui
141	non	oui	non	non	non
7 492	oui	non	non	non	non
3 519	non	oui	non	oui	non
385	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°373



CAPU0373

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,500 &\rightarrow 7 + 5 + 0 + 0 = 12 & 141 &\rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 & 7\,492 &\rightarrow 7 + 4 + 9 + 2 = 22 \\ 3\,519 &\rightarrow 3 + 5 + 1 + 9 = 18 & 385 &\rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 2 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 522, 528.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 48 est divisible par 3 ($48 = 3 \times 16$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 84 est un multiple de 3. » **Vrai.** $84 = 3 \times 28$: le reste de la division de 84 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 41 - 10 + 11 = 31 + 11 = 42$

$$B = 3 + 14 \div 2 \times 3 = 3 + 7 \times 3 = 3 + 21 = 24$$

$$C = (4 + 10) \times 6 - 12 = 14 \times 6 - 12 = 84 - 12 = 72$$

$$D = 9,7 + 4 \times 2,5 = 9,7 + 10 = 19,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + (3 + 3) \times 3 = 9 + 6 \times 3 = 9 + 18 = 27$$

$$4 \times (9 + 3) - 3 = 4 \times 12 - 3 = 48 - 3 = 45$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 59 \times 50 = 2 \times 50 \times 59 = 100 \times 59 = 5\,900$$

$$F = 41 \times 11 = 41 \times (10 + 1) = 41 \times 10 + 41 \times 1 = 410 + 41 = 451$$

$$G = 19 \times 75 + 19 \times 25 = 19 \times (75 + 25) = 19 \times 100 = 1\,900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $8^2 = 16$ » **Faux.** $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$70 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 70 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°373



CAPU0373

98 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 98 < 100 = 10^2$) 131 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 131 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 3 = 4 \times 4 - 3 = 16 - 3 = 13$

$$B = (4 \times 2)^2 - 3 = 8^2 - 3 = 64 - 3 = 61$$

$$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 6 = 4 \times 4^2 - 6 = 4 \times 16 - 6 = 64 - 6 = 58$$

$$B = (4x)^2 - 6 = (4 \times 4)^2 - 6 = 16^2 - 6 = 256 - 6 = 250$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 158 et 217. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).