



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°374



CAPU0374

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 14 + 6 \times 6 \quad \mathbf{D} = (9 + 4) \times 7 \quad \mathbf{E} = (68 + 4) \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$928 \text{ divisé par } 7 \quad 1\,242 \text{ divisé par } 19$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 51 par 6 ? Justifier.

$$(a) 51 = 6 \times 7 + 9 \quad (b) 51 = 6 \times 8 + 3 \quad (c) 51 = 6 \times 9 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 26 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815					
7 090					
8 559					
627					
5 396					

2. Dans le nombre $52\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 114 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°374



CAPU0374

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 - 15 + 11 \quad B = 21 \div 7 \times 5$$

$$C = (5 + 6) \times 5 - 8 \quad D = 5 \times [23 - (9 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 2 + 4 \times 9 = 108 \quad 3 \times 7 \times 6 - 7 = 105$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12 \times 101 \quad F = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 \quad G = 2 \times 74 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 3 + 3 + 3 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad (5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

67 ; 125 ; 25 ; 54 ; 64 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 5 \quad B = (3 \times 4)^2 - 5$$

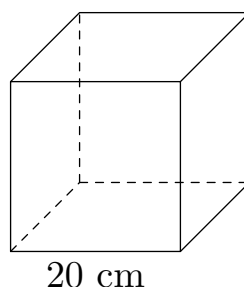
$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^2$ pour $n = 4$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 152 et 200.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 14 + 6 \times 6$ est une **somme** : c'est la somme de 14 et du produit de 6 par 6.

$$D = (9 + 4) \times 7 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 9 et 4 par 7.}$$

$$E = (68 + 4) \div 9 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 68 et 4 par 9.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 132 = 924 \leq 928 < 931 = 7 \times 133$: le quotient est 132, le reste $928 - 924 = 4$.

$$928 = 7 \times 132 + 4, \text{ avec } 4 < 7.$$

$$19 \times 65 = 1\,235 \leq 1\,242 < 1\,254 = 19 \times 66 : \text{le quotient est 65, le reste } 1\,242 - 1\,235 = 7.$$

$$1\,242 = 19 \times 65 + 7, \text{ avec } 7 < 19.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $51 = 6 \times 7 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $51 = 6 \times 8 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $51 = 6 \times 9 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 8, reste 3.

Comme $3 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 51 par 8 : quotient 6, reste 3.

3. $26 = 8 \times 3 + 2$

3 minibus pleins transportent 24 élèves ; il en reste 2 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 2 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°374



CAPU0374

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815	non	non	oui	non	non
7 090	oui	non	oui	non	oui
8 559	non	oui	non	oui	non
627	non	oui	non	non	non
5 396	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 \quad 7\,090 \rightarrow 7 + 0 + 9 + 0 = 16 \quad 8\,559 \rightarrow 8 + 5 + 5 + 9 = 27$$

$$627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 5\,396 \rightarrow 5 + 3 + 9 + 6 = 23$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 2 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 525.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 114 est un multiple de 6. » **Vrai.** $114 = 6 \times 19$: le reste de la division de 114 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 - 15 + 11 = 15 + 11 = 26$

$$B = 21 \div 7 \times 5 = 3 \times 5 = 15$$

$$C = (5 + 6) \times 5 - 8 = 11 \times 5 - 8 = 55 - 8 = 47$$

$$D = 5 \times [23 - (9 + 7)] = 5 \times [23 - 16] = 5 \times 7 = 35$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 2 + 4) \times 9 = (8 + 4) \times 9 = 12 \times 9 = 108$$

$$3 \times (7 \times 6 - 7) = 3 \times (42 - 7) = 3 \times 35 = 105$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12 \times 101 = 12 \times (100 + 1) = 12 \times 100 + 12 \times 1 = 1\,200 + 12 = 1\,212$$

$$F = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 = 2,7 \times (1,3 + 8,7) = 2,7 \times 10 = 27$$

$$G = 2 \times 74 \times 50 = 2 \times 50 \times 74 = 100 \times 74 = 7\,400$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°374



CAPU0374

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2$ » **Faux**. $(5 + 2)^2 = 7^2 = 49$, alors que $5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** 54 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 54 < 64 = 8^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 67 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2$)

$81 = 9^2$: **carré** $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 5 = 3 \times 16 - 5 = 48 - 5 = 43$

$B = (3 \times 4)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$

$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 4$: $2n^2 = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Pour $n = 0,5$: $2n^2 = 2 \times 0,5^2 = 2 \times 0,25 = 0,5$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\ 000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$8\ 000 \div 1\ 000 = 8$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 152 et 200. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).