



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°375



CAPU0375

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 3 et 2.
- **B** est la somme des carrés de 3 et de 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 1^2 + 2^2 \quad D = (1 + 4)^2 \quad E = (3 + 3) \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

326 divisé par 8 599 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 108 par 11 ? Justifier.

$$(a) 108 = 11 \times 8 + 20 \quad (b) 108 = 11 \times 10 - 2 \quad (c) 108 = 11 \times 9 + 9$$

3. Problème.

Un roman compte 261 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
537					
2 313					
865					
3 308					
1 930					

2. Dans le nombre $9\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 79 est un multiple de 4.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 6 \times 8 \quad B = 6 \div 3 \times 4$$

$$C = (9 + 6) \times 2 - 10 \quad D = [4 + 5 \times (8 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 9 - 3 + 6 = 7 \quad 7 \times 4 + 8 + 9 = 93$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°375



CAPU0375

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 \quad \mathbf{F} = 8 \times 64 \times 125 \quad \mathbf{G} = 28 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 6 + 6 + 6 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 8 ; 81 ; 64 ; 96 ; 120

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 5 \times 6^2 - 8 \quad \mathbf{B} = (5 \times 6)^2 - 8$$

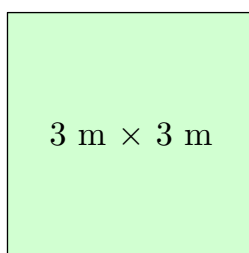
$$\mathbf{C} = 1^2 + 5^2 \quad \mathbf{D} = (1 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 5 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 60 et 113.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°375



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$B = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 1^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 2.

$D = (1 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 4.

$E = (3 + 3) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 3 et 3 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 40 = 320 \leq 326 < 328 = 8 \times 41$: le quotient est 40, le reste $326 - 320 = 6$.

$326 = 8 \times 40 + 6$, avec $6 < 8$.

$13 \times 46 = 598 \leq 599 < 611 = 13 \times 47$: le quotient est 46, le reste $599 - 598 = 1$.

$599 = 13 \times 46 + 1$, avec $1 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $108 = 11 \times 8 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $108 = 11 \times 10 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $108 = 11 \times 9 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 9, reste 9.

3. $261 = 20 \times 13 + 1$

En 13 soirs, elle lit 260 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
537	non	oui	non	non	non
2 313	non	oui	non	oui	non
865	non	non	oui	non	non
3 308	oui	non	non	non	non
1 930	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15$

$2\ 313 \rightarrow 2 + 3 + 1 + 3 = 9$

$865 \rightarrow 8 + 6 + 5 = 19$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°375



$$3\ 308 \rightarrow 3 + 3 + 0 + 8 = 14 \quad 1\ 930 \rightarrow 1 + 9 + 3 + 0 = 13$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 5 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 15; \square = 4 : 18; \square = 7 : 21$$

3 solutions : 915, 945, 975.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 40 est pair mais $40 = 3 \times 13 + 1$.
« 79 est un multiple de 4. » **Faux.** $79 = 4 \times 19 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 6 \times 8 = 9 + 48 = 57$

$$B = 6 \div 3 \times 4 = 2 \times 4 = 8$$

$$C = (9 + 6) \times 2 - 10 = 15 \times 2 - 10 = 30 - 10 = 20$$

$$D = [4 + 5 \times (8 - 4)] \div 2 = [4 + 5 \times 4] \div 2 = [4 + 20] \div 2 = 24 \div 2 = 12$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 9 - (3 + 6) = 7 + 9 - 9 = 16 - 9 = 7$$

$$7 \times (4 + 8) + 9 = 7 \times 12 + 9 = 84 + 9 = 93$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 = 2,7 \times (0,8 + 0,2) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 8 \times 64 \times 125 = 8 \times 125 \times 64 = 1\ 000 \times 64 = 64\ 000$$

$$G = 28 \times 11 = 28 \times (10 + 1) = 28 \times 10 + 28 \times 1 = 280 + 28 = 308$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 96 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2)$$

$$120 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°375



CAPU0375

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 8 = 5 \times 36 - 8 = 180 - 8 = 172$

$$B = (5 \times 6)^2 - 8 = 30^2 - 8 = 900 - 8 = 892$$

$$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$$

$$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 5 = 1^2 + 5 = 1 + 5 = 6$ et $6n = 6 \times 1 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 8$: $n^2 + 5 = 8^2 + 5 = 64 + 5 = 69$ et $6n = 6 \times 8 = 48$.

69 $\neq$ 48 : l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 1 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$3 \times 5 = 15$$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

$$15 \text{ rangées de } 15 \text{ carreaux : } 15^2 = 15 \times 15 = 225$$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 60 et 113. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).