



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°376



CAPU0376

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 23 et 4 par 5.
- **B** est la différence entre 23 et le produit de 4 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 10) \div 3 \quad D = 2 + 12 \div 4 \quad E = 7 \times (21 - 12)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

881 divisé par 6 1 344 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 166 par 8 ? Justifier.

$$(a) 166 = 8 \times 21 - 2 \quad (b) 166 = 8 \times 19 + 14 \quad (c) 166 = 8 \times 20 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 93 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 887					
745					
9 266					
4 850					
381					

2. Dans le nombre $10\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 227 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°376



CAPU0376

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 12 + 5 \times 5 \quad B = 12 + 63 \div 7 \times 4$$

$$C = 82 - 4 \times (10 - 7) \quad D = 5 \times [30 - (5 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 9 + 8 - 4 = 47 \quad 8 \times 2 - 4 \times 3 = 36$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 40 \times 11 \quad F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad G = 15 + 0,75 + 85$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 3 \times 4^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 64 ; 84 ; 49 ; 94 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 2 \quad B = (3 \times 3)^2 - 2$$

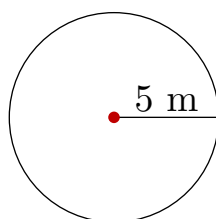
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 2)^2$ pour $a = 3$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 5 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 167 et 223.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°376



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (23 - 4) \times 5 = 19 \times 5 = 95$

$B = 23 - 4 \times 5 = 23 - 20 = 3$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 10) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 2 et 10 par 3.

$D = 2 + 12 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du quotient de 12 par 4.

$E = 7 \times (21 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 7 par la différence entre 21 et 12.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 146 = 876 \leq 881 < 882 = 6 \times 147$: le quotient est 146, le reste $881 - 876 = 5$.

$881 = 6 \times 146 + 5$, avec $5 < 6$.

$22 \times 61 = 1\,342 \leq 1\,344 < 1\,364 = 22 \times 62$: le quotient est 61, le reste $1\,344 - 1\,342 = 2$.

$1\,344 = 22 \times 61 + 2$, avec $2 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $166 = 8 \times 21 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $166 = 8 \times 19 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $166 = 8 \times 20 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 20, reste 6.

Comme $6 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 166 par 20 : quotient 8, reste 6.

3. $93 = 16 \times 5 + 13$

5 minibus pleins transportent 80 élèves ; il en reste 13 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 13 = 3$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°376



CAPU0376

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 887	non	oui	non	oui	non
745	non	non	oui	non	non
9 266	oui	non	non	non	non
4 850	oui	non	oui	non	oui
381	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$4\ 887 \rightarrow 4 + 8 + 8 + 7 = 27 \quad 745 \rightarrow 7 + 4 + 5 = 16 \quad 9\ 266 \rightarrow 9 + 2 + 6 + 6 = 23$$

$$4\ 850 \rightarrow 4 + 8 + 5 + 0 = 17 \quad 381 \rightarrow 3 + 8 + 1 = 12$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 0 + \square = 1 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 3; \square = 8 : 9$$

2 solutions : 102, 108.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 22 est pair mais $22 = 3 \times 7 + 1$.

« 227 est un multiple de 9. » **Faux.** $227 = 9 \times 25 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 12 + 5 \times 5 = 12 + 25 = 37$

$$B = 12 + 63 \div 7 \times 4 = 12 + 9 \times 4 = 12 + 36 = 48$$

$$C = 82 - 4 \times (10 - 7) = 82 - 4 \times 3 = 82 - 12 = 70$$

$$D = 5 \times [30 - (5 + 5)] = 5 \times [30 - 10] = 5 \times 20 = 100$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (9 + 8) - 4 = 3 \times 17 - 4 = 51 - 4 = 47$$

$$(8 \times 2 - 4) \times 3 = (16 - 4) \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 40 \times 11 = 40 \times (10 + 1) = 40 \times 10 + 40 \times 1 = 400 + 40 = 440$$

$$F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 15 + 0,75 + 85 = 15 + 85 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°376



CAPU0376

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $3 \times 4^2 = 12^2$ » **Faux**. $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 4.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $49 = 7^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 84 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 84 < 100 = 10^2$)

94 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 2 = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2 = 25$

$B = (3 \times 3)^2 - 2 = 9^2 - 2 = 81 - 2 = 79$

$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$

$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 3$: $(a + 2)^2 = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

Pour $a = 0,5$: $(a + 2)^2 = (0,5 + 2)^2 = 2,5^2 = 6,25$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 5^2 = \pi \times 25 = 25\pi$

a) **L'aire exacte est $25\pi\text{ m}^2$.**

$25 \times 3,14 = 78,5$

b) **L'aire vaut environ 79 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 5^2$, et non $(\pi \times 5)^2$. On élève 5 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 167 et 223. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).