



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°377



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 5 et de 1.
- **B** est le carré de la somme de 5 et 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 2)^3 \quad \mathbf{D} = (3 + 9) \div 2 \quad \mathbf{E} = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

767 divisé par 6 1 047 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 204 par 14 ? Justifier.

$$(a) 204 = 14 \times 15 - 6 \quad (b) 204 = 14 \times 14 + 8 \quad (c) 204 = 14 \times 13 + 22$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 224 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777					
7 522					
715					
3 050					
3 699					

2. Dans le nombre $81\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 8 est un diviseur de 167.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°377



CAPU0377

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 9 \times 9 \quad B = 8 \times 7 - 3 \times 2$$

$$C = (11 + 10) \times 4 - 11 \quad D = 6,6 + 6 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 8 + 7 \times 3 = 52 \quad 8 - 3 + 5 - 2 = 2$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 33 \times 68 - 33 \times 58 \quad F = 38 \times 11 \quad G = 52 + 0,75 + 48$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 12 \times 12 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0 \quad 2 \times 5^2 = 10^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 8 ; 26 ; 136 ; 104 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 2 \quad B = (4 \times 3)^2 - 2$$

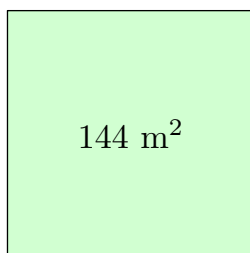
$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 3$ et $B = (2x)^2 - 3$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 43 et 94.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°377



CAPU0377

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$

$B = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = (3 + 9) \div 2$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 9 par 2.

$E = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 127 = 762 \leq 767 < 768 = 6 \times 128$: le quotient est 127, le reste $767 - 762 = 5$.

$767 = 6 \times 127 + 5$, avec $5 < 6$.

$21 \times 49 = 1\,029 \leq 1\,047 < 1\,050 = 21 \times 50$: le quotient est 49, le reste $1\,047 - 1\,029 = 18$.

$1\,047 = 21 \times 49 + 18$, avec $18 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $204 = 14 \times 15 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $204 = 14 \times 14 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $204 = 14 \times 13 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 8.

Comme $8 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 204 par 14 : quotient 14, reste 8.

3. $224 = 6 \times 37 + 2$, avec $2 < 6$

a) Elle remplit 37 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777	non	oui	non	non	non
7 522	oui	non	non	non	non
715	non	non	oui	non	non
3 050	oui	non	oui	non	oui
3 699	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°377



CAPU0377

Sommes des chiffres :

$$777 \rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 \quad 7\,522 \rightarrow 7 + 5 + 2 + 2 = 16 \quad 715 \rightarrow 7 + 1 + 5 = 13$$

$$3\,050 \rightarrow 3 + 0 + 5 + 0 = 8 \quad 3\,699 \rightarrow 3 + 6 + 9 + 9 = 27$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 1 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 6 : 15$$

2 solutions : 810, 816.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 8 est un diviseur de 167. » **Faux.** $167 = 8 \times 20 + 7$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 9 \times 9 = 24 + 81 = 105$

$$B = 8 \times 7 - 3 \times 2 = 56 - 6 = 50$$

$$C = (11 + 10) \times 4 - 11 = 21 \times 4 - 11 = 84 - 11 = 73$$

$$D = 6,6 + 6 \times 2,5 = 6,6 + 15 = 21,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + (8 + 7) \times 3 = 7 + 15 \times 3 = 7 + 45 = 52$$

$$8 - (3 + 5 - 2) = 8 - (8 - 2) = 8 - 6 = 2$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 33 \times 68 - 33 \times 58 = 33 \times (68 - 58) = 33 \times 10 = 330$$

$$F = 38 \times 11 = 38 \times (10 + 1) = 38 \times 10 + 38 \times 1 = 380 + 38 = 418$$

$$G = 52 + 0,75 + 48 = 52 + 48 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2 \times 5^2 = 10^2 \text{ » Faux. } 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50, \text{ alors que } 10^2 = 100. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 136 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°377



CAPU0377

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 2 = 4 \times 9 - 2 = 36 - 2 = 34$

$$B = (4 \times 3)^2 - 2 = 12^2 - 2 = 144 - 2 = 142$$

$$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

$$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 3 = 2 \times 2^2 - 3 = 2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$B = (2x)^2 - 3 = (2 \times 2)^2 - 3 = 4^2 - 3 = 16 - 3 = 13$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$$4 \times 12 = 48$$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 43 et 94. » → encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 49, 64, 81.

« Je suis divisible par 3. » → reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).