



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°378



CAPU0378

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 6 et 8 par 9.
- **B** est la somme de 6 et du produit de 8 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (9 + 6) \times 8 \quad \mathbf{D} = 18 + 63 \div 7 \quad \mathbf{E} = (16 + 20) \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$625 \text{ divisé par } 8 \quad 2\,050 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 108 par 7 ? Justifier.

$$(a) 108 = 7 \times 14 + 10 \quad (b) 108 = 7 \times 16 - 4 \quad (c) 108 = 7 \times 15 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
651					
5 193					
485					
2 072					
8 320					

2. Dans le nombre $8\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 180 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°378



CAPU0378

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 15 + 6 \times 8 \quad B = 6 \div 2 \times 2$$

$$C = (3 \times 5 - 7) \div 2 \quad D = [7 + 3 \times (10 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 2 - 4 - 2 = 14 \quad 5 \times 7 + 5 - 9 = 15$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 80 + 42 \times 20 \quad F = 27 \times 99 \quad G = 77 + 3,45 + 23$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

141 ; 81 ; 49 ; 99 ; 103 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 6 \quad B = (5 \times 2)^2 - 6$$

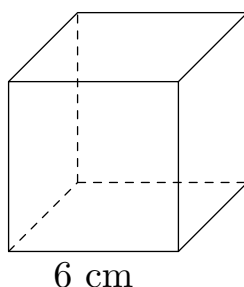
$$C = 6^2 + 2^2 \quad D = (6 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 6$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 58 et 113.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°378



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 8) \times 9 = 14 \times 9 = 126$

$B = 6 + 8 \times 9 = 6 + 72 = 78$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (9 + 6) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 6 par 8.

$D = 18 + 63 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 18 et du quotient de 63 par 7.

$E = (16 + 20) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 16 et 20 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 78 = 624 \leq 625 < 632 = 8 \times 79$: le quotient est 78, le reste $625 - 624 = 1$.

$625 = 8 \times 78 + 1$, avec $1 < 8$.

$26 \times 78 = 2\,028 \leq 2\,050 < 2\,054 = 26 \times 79$: le quotient est 78, le reste $2\,050 - 2\,028 = 22$.

$2\,050 = 26 \times 78 + 22$, avec $22 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $108 = 7 \times 14 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $108 = 7 \times 16 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $108 = 7 \times 15 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 15, reste 3.

Comme $3 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 108 par 15 : quotient 7, reste 3.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
651	non	oui	non	non	non
5 193	non	oui	non	oui	non
485	non	non	oui	non	non
2 072	oui	non	non	non	non
8 320	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°378



CAPU0378

Sommes des chiffres :

$$651 \rightarrow 6 + 5 + 1 = 12 \quad 5\,193 \rightarrow 5 + 1 + 9 + 3 = 18 \quad 485 \rightarrow 4 + 8 + 5 = 17$$
$$2\,072 \rightarrow 2 + 0 + 7 + 2 = 11 \quad 8\,320 \rightarrow 8 + 3 + 2 + 0 = 13$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 4 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 18$$

Une seule solution : 864.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 180 est un multiple de 6. » **Vrai.** $180 = 6 \times 30$: le reste de la division de 180 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 15 + 6 \times 8 = 15 + 48 = 63$

$$B = 6 \div 2 \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$C = (3 \times 5 - 7) \div 2 = (15 - 7) \div 2 = 8 \div 2 = 4$$

$$D = [7 + 3 \times (10 - 2)] \div 5 = [7 + 3 \times 8] \div 5 = [7 + 24] \div 5 = 31 \div 5 = 6,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times 2 - (4 - 2) = 8 \times 2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$5 \times (7 + 5 - 9) = 5 \times (12 - 9) = 5 \times 3 = 15$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 80 + 42 \times 20 = 42 \times (80 + 20) = 42 \times 100 = 4\,200$$

$$F = 27 \times 99 = 27 \times (100 - 1) = 27 \times 100 - 27 \times 1 = 2\,700 - 27 = 2\,673$$

$$G = 77 + 3,45 + 23 = 77 + 23 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$99 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 99 < 100 = 10^2) \quad 103 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 103 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°378



CAPU0378

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 141 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 6 = 5 \times 4 - 6 = 20 - 6 = 14$

$$B = (5 \times 2)^2 - 6 = 10^2 - 6 = 100 - 6 = 94$$

$$C = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$$

$$D = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 6 : 2a^3 = 2 \times 6^3 = 2 \times 216 = 432$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 58 et 113. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).