



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°379



CAPU0379

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 5 et du produit de 7 par 7.
- **B** est le produit de la somme de 5 et 7 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 1)^3 \quad D = 8 \times (13 - 7) \quad E = 3 \times 5^2 - 20$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

454 divisé par 7 2 198 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 250 par 8 ? Justifier.

$$(a) 250 = 8 \times 31 + 2 \quad (b) 250 = 8 \times 32 - 6 \quad (c) 250 = 8 \times 30 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 65 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 65 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 931					
2 404					
385					
777					
7 520					

2. Dans le nombre $26\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 7 est un diviseur de 133.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°379



CAPU0379

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 51 - 6 \times 7 \quad B = 6 \times 3 - 3 \times 5$$

$$C = (11 + 5) \times 2 - 17 \quad D = 2,7 + 3 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 4 - 7 - 6 = 23 \quad 6 + 9 - 9 - 3 = 9$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 68 \times 25 \quad F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad G = 22 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 11 \times 11 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

145 ; 121 ; 64 ; 58 ; 1 000 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 8 \quad B = (5 \times 3)^2 - 8$$

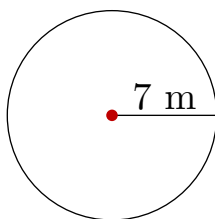
$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 4$ et $B = (3x)^2 - 4$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 7 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 103 et 155.
Je suis divisible par 3.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°379



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 5 + 7 \times 7 = 5 + 49 = 54$

$B = (5 + 7) \times 7 = 12 \times 7 = 84$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$D = 8 \times (13 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 13 et 7.

$E = 3 \times 5^2 - 20$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 5 et 20.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 64 = 448 \leq 454 < 455 = 7 \times 65$: le quotient est 64, le reste $454 - 448 = 6$.

$454 = 7 \times 64 + 6$, avec $6 < 7$.

$22 \times 99 = 2\,178 \leq 2\,198 < 2\,200 = 22 \times 100$: le quotient est 99, le reste $2\,198 - 2\,178 = 20$.

$2\,198 = 22 \times 99 + 20$, avec $20 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $250 = 8 \times 31 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $250 = 8 \times 32 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $250 = 8 \times 30 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 31, reste 2.

Comme $2 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 250 par 31 : quotient 8, reste 2.

3. $65 = 7 \times 9 + 2$

a) 65 jours font 9 semaines complètes et 2 jours.

Après 9 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 2 jours : vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 65 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 931	non	oui	non	oui	non
2 404	oui	non	non	non	non
385	non	non	oui	non	non
777	non	oui	non	non	non
7 520	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°379



CAPU0379

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\,931 &\rightarrow 5 + 9 + 3 + 1 = 18 & 2\,404 &\rightarrow 2 + 4 + 0 + 4 = 10 & 385 &\rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 \\ 777 &\rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 & 7\,520 &\rightarrow 7 + 5 + 2 + 0 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 6 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 264.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 7 est un diviseur de 133. » **Vrai.** $133 = 7 \times 19$: le reste de la division de 133 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 6 \times 7 = 51 - 42 = 9$

$$B = 6 \times 3 - 3 \times 5 = 18 - 15 = 3$$

$$C = (11 + 5) \times 2 - 17 = 16 \times 2 - 17 = 32 - 17 = 15$$

$$D = 2,7 + 3 \times 2,5 = 2,7 + 7,5 = 10,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times 4 - (7 - 6) = 6 \times 4 - 1 = 24 - 1 = 23$$

$$6 + 9 - (9 - 3) = 6 + 9 - 6 = 15 - 6 = 9$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 68 \times 25 = 4 \times 25 \times 68 = 100 \times 68 = 6\,800$$

$$F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 22 \times 99 = 22 \times (100 - 1) = 22 \times 100 - 22 \times 1 = 2\,200 - 22 = 2\,178$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 58 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$145 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°379



CAPU0379

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 8 = 5 \times 9 - 8 = 45 - 8 = 37$

$$B = (5 \times 3)^2 - 8 = 15^2 - 8 = 225 - 8 = 217$$

$$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$$

$$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 4 = 3 \times 4^2 - 4 = 3 \times 16 - 4 = 48 - 4 = 44$$

$$B = (3x)^2 - 4 = (3 \times 4)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$

a) L'aire exacte est $49\pi \text{ m}^2$.

$$49 \times 3,14 = 153,86$$

b) L'aire vaut environ 154 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 7^2$, et non $(\pi \times 7)^2$. On élève 7 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 103 et 155. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).