



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°38



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 12 et le produit de 2 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 12 et 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 4)^2 \quad D = 3 \times (18 - 10) \quad E = (6 + 10) \div 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

649 divisé par 8 400 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 305 par 8 ? Justifier.

$$(a) 305 = 8 \times 39 - 7 \quad (b) 305 = 8 \times 38 + 1 \quad (c) 305 = 8 \times 37 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 62 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
267					
4 920					
3 388					
6 831					
455					

2. Dans le nombre $12\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 111 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°38



CAPU0038

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 56 - 3 \times 2 \quad B = 6 \times 2 - 2 \times 5$$

$$C = (7 \times 8 - 4) \div 4 \quad D = 3,7 + 3 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 7 \times 6 \times 4 = 180 \quad 5 \times 6 + 3 - 4 = 41$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 11 \quad F = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 \quad G = 4 \times 83 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 9 \times 9 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^2 = 10 \quad 0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 125 ; 81 ; 120 ; 116 ; 41

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 3 \quad B = (4 \times 6)^2 - 3$$

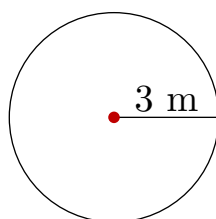
$$C = 7^2 + 4^2 \quad D = (7 + 4)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 18 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 37 et 100.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°38



CAPU0038

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 12 - 2 \times 5 = 12 - 10 = 2$

$B = (12 - 2) \times 5 = 10 \times 5 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$D = 3 \times (18 - 10)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 18 et 10.

$E = (6 + 10) \div 2$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 6 et 10 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 81 = 648 \leq 649 < 656 = 8 \times 82$: le quotient est 81, le reste $649 - 648 = 1$.

$649 = 8 \times 81 + 1$, avec $1 < 8$.

$27 \times 14 = 378 \leq 400 < 405 = 27 \times 15$: le quotient est 14, le reste $400 - 378 = 22$.

$400 = 27 \times 14 + 22$, avec $22 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $305 = 8 \times 39 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $305 = 8 \times 38 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $305 = 8 \times 37 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 38, reste 1.

Comme $1 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 305 par 38 : quotient 8, reste 1.

3. $62 = 12 \times 5 + 2$, avec $2 < 12$

a) Elle remplit 5 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
267	non	oui	non	non	non
4 920	oui	oui	oui	non	oui
3 388	oui	non	non	non	non
6 831	non	oui	non	oui	non
455	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°38



CAPU0038

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 267 &\rightarrow 2 + 6 + 7 = 15 & 4\,920 &\rightarrow 4 + 9 + 2 + 0 = 15 & 3\,388 &\rightarrow 3 + 3 + 8 + 8 = 22 \\ 6\,831 &\rightarrow 6 + 8 + 3 + 1 = 18 & 455 &\rightarrow 4 + 5 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 2 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3$$

Une seule solution : 120.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 111 est un multiple de 4. » **Faux.** $111 = 4 \times 27 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 56 - 3 \times 2 = 56 - 6 = 50$

$$B = 6 \times 2 - 2 \times 5 = 12 - 10 = 2$$

$$C = (7 \times 8 - 4) \div 4 = (56 - 4) \div 4 = 52 \div 4 = 13$$

$$D = 3,7 + 3 \times 0,5 = 3,7 + 1,5 = 5,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 7 \times 6) \times 4 = (3 + 42) \times 4 = 45 \times 4 = 180$$

$$5 \times (6 + 3) - 4 = 5 \times 9 - 4 = 45 - 4 = 41$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 11 = 45 \times (10 + 1) = 45 \times 10 + 45 \times 1 = 450 + 45 = 495$$

$$F = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 = 4,5 \times (0,7 + 0,3) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 4 \times 83 \times 25 = 4 \times 25 \times 83 = 100 \times 83 = 8\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $9 \times 9 = 9^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $5^2 = 10$ » **Faux.** $5^2 = 5 \times 5 = 25$. L'exposant ne multiplie pas : $5 \times 2 = 10$, c'est le double.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 116 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°38



CAPU0038

120 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2$) $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 3 = 4 \times 36 - 3 = 144 - 3 = 141$

$$B = (4 \times 6)^2 - 3 = 24^2 - 3 = 576 - 3 = 573$$

$$C = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$D = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 3 : x^2 + 18 = 3^2 + 18 = 9 + 18 = 27 \text{ et } 9x = 9 \times 3 = 27.$$

27 = 27 : l'égalité est vraie pour $x = 3$.

$$\text{Pour } x = 4 : x^2 + 18 = 4^2 + 18 = 16 + 18 = 34 \text{ et } 9x = 9 \times 4 = 36.$$

34 $\neq$ 36 : l'égalité est fausse pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 3 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) **L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.**

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) **L'aire vaut environ 28 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 37 et 100. » $\rightarrow$ encore 62 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).