



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°380



CAPU0380

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 3 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 3 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 11 + 4 \times 4 \quad \mathbf{D} = (5 + 2)^2 \quad \mathbf{E} = (12 + 8) \times 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

239 divisé par 9 572 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 196 par 13 ? Justifier.

$$(a) 196 = 13 \times 15 + 1 \quad (b) 196 = 13 \times 14 + 14 \quad (c) 196 = 13 \times 16 - 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 232 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 232 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627					
835					
4 923					
6 570					
1 874					

2. Dans le nombre $89\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 91.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°380



CAPU0380

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 33 - 14 + 2 \quad B = 9 + 10 \div 5 \times 2$$

$$C = (4 \times 4 - 5) \div 2 \quad D = [9 + 2 \times (7 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 8 - 3 + 6 = 55 \quad 7 \times 7 + 4 + 2 = 79$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 37 \times 125 \quad F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad G = 45 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2 \quad (1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 114 ; 81 ; 84 ; 106 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 4 \quad B = (2 \times 3)^2 - 4$$

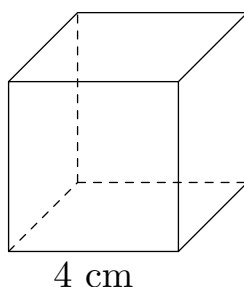
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 10 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 32.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°380



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

$B = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 11 + 4 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du produit de 4 par 4.

$D = (5 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 2.

$E = (12 + 8) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 8 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 26 = 234 \leq 239 < 243 = 9 \times 27$: le quotient est 26, le reste $239 - 234 = 5$.

$239 = 9 \times 26 + 5$, avec $5 < 9$.

$18 \times 31 = 558 \leq 572 < 576 = 18 \times 32$: le quotient est 31, le reste $572 - 558 = 14$.

$572 = 18 \times 31 + 14$, avec $14 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $196 = 13 \times 15 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 13. ✓

(b) $196 = 13 \times 14 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $196 = 13 \times 16 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 15, reste 1.

Comme $1 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 196 par 15 : quotient 13, reste 1.

3. $232 = 7 \times 33 + 1$

a) 232 jours font 33 semaines complètes et 1 jour.

Après 33 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 1 jour : lundi → mardi.

b) Dans 232 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627	non	oui	non	non	non
835	non	non	oui	non	non
4 923	non	oui	non	oui	non
6 570	oui	oui	oui	oui	oui
1 874	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°380



CAPU0380

Sommes des chiffres :

$$627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 835 \rightarrow 8 + 3 + 5 = 16 \quad 4\,923 \rightarrow 4 + 9 + 2 + 3 = 18$$

$$6\,570 \rightarrow 6 + 5 + 7 + 0 = 18 \quad 1\,874 \rightarrow 1 + 8 + 7 + 4 = 20$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 9 + \square = 17 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 21$$

Une seule solution : 894.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 46 est pair mais $46 = 3 \times 15 + 1$.

« 5 est un diviseur de 91. » **Faux.** $91 = 5 \times 18 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 33 - 14 + 2 = 19 + 2 = 21$

$$B = 9 + 10 \div 5 \times 2 = 9 + 2 \times 2 = 9 + 4 = 13$$

$$C = (4 \times 4 - 5) \div 2 = (16 - 5) \div 2 = 11 \div 2 = 5,5$$

$$D = [9 + 2 \times (7 - 4)] \div 2 = [9 + 2 \times 3] \div 2 = [9 + 6] \div 2 = 15 \div 2 = 7,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (8 - 3 + 6) = 5 \times (5 + 6) = 5 \times 11 = 55$$

$$7 \times (7 + 4) + 2 = 7 \times 11 + 2 = 77 + 2 = 79$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 37 \times 125 = 8 \times 125 \times 37 = 1\,000 \times 37 = 37\,000$$

$$F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 45 \times 99 = 45 \times (100 - 1) = 45 \times 100 - 45 \times 1 = 4\,500 - 45 = 4\,455$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2 \quad 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \quad 2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36 \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } (1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (1 + 2)^2 = 3^2 = 9, \text{ alors que } 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$84 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 84 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$106 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 106 < 121 = 11^2) \quad 114 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$

$$B = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 10 = 2^2 + 10 = 4 + 10 = 14 \text{ et } 7n = 7 \times 2 = 14.$$

14 = 14 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

$$\text{Pour } n = 8 : n^2 + 10 = 8^2 + 10 = 64 + 10 = 74 \text{ et } 7n = 7 \times 8 = 56.$$

74 $\neq$ 56 : l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 2 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

$$\text{Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64.$$

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 32. » $\rightarrow$ encore 22 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).