



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°381



CAPU0381

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 31 et 6 par 5.
- **B** est la différence entre 31 et le produit de 6 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 24 - 2 \times 2 \quad \mathbf{D} = 8 + 4 \times 2 \quad \mathbf{E} = (6 + 2)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

659 divisé par 6 1 854 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 124 par 6 ? Justifier.

$$(a) 124 = 6 \times 19 + 10 \quad (b) 124 = 6 \times 20 + 4 \quad (c) 124 = 6 \times 21 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 169 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
805					
7 410					
6 194					
147					
5 841					

2. Dans le nombre $30\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 70 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°381



CAPU0381

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 7 \times 6 \quad B = 20 + 30 \div 6 \times 3$$

$$C = 54 - 2 \times (11 - 3) \quad D = 9,7 + 2 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 5 + 6 + 8 = 38 \quad 8 + 5 \times 8 - 9 = 95$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 56 \times 5 \quad F = 34 \times 56 + 34 \times 44 \quad G = 14 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 3 + 3 + 3 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 4^3 = 12 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

79 ; 21 ; 64 ; 125 ; 49 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 3 \quad B = (5 \times 6)^2 - 3$$

$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 128 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 10 et 60.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°381



CAPU0381

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (31 - 6) \times 5 = 25 \times 5 = 125$

$B = 31 - 6 \times 5 = 31 - 30 = 1$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 24 - 2 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 24 et le produit de 2 par 2.

$D = 8 + 4 \times 2$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 4 par 2.

$E = (6 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 109 = 654 \leq 659 < 660 = 6 \times 110$: le quotient est 109, le reste $659 - 654 = 5$.

$659 = 6 \times 109 + 5$, avec $5 < 6$.

$23 \times 80 = 1\,840 \leq 1\,854 < 1\,863 = 23 \times 81$: le quotient est 80, le reste $1\,854 - 1\,840 = 14$.

$1\,854 = 23 \times 80 + 14$, avec $14 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $124 = 6 \times 19 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $124 = 6 \times 20 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $124 = 6 \times 21 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 20, reste 4.

Comme $4 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 124 par 20 : quotient 6, reste 4.

3. $169 = 12 \times 14 + 1$, avec $1 < 12$

a) Elle remplit 14 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
805	non	non	oui	non	non
7 410	oui	oui	oui	non	oui
6 194	oui	non	non	non	non
147	non	oui	non	non	non
5 841	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°381



CAPU0381

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 805 &\rightarrow 8 + 0 + 5 = 13 & 7\,410 &\rightarrow 7 + 4 + 1 + 0 = 12 & 6\,194 &\rightarrow 6 + 1 + 9 + 4 = 20 \\ 147 &\rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 & 5\,841 &\rightarrow 5 + 8 + 4 + 1 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $3 + 0 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3 ; \square = 6 : 9$$

2 solutions : 300, 306.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 70 est un multiple de 6. » **Faux.** $70 = 6 \times 11 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 7 \times 6 = 22 + 42 = 64$

$$B = 20 + 30 \div 6 \times 3 = 20 + 5 \times 3 = 20 + 15 = 35$$

$$C = 54 - 2 \times (11 - 3) = 54 - 2 \times 8 = 54 - 16 = 38$$

$$D = 9,7 + 2 \times 1,5 = 9,7 + 3 = 12,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (5 + 6 + 8) = 2 \times (11 + 8) = 2 \times 19 = 38$$

$$(8 + 5) \times 8 - 9 = 13 \times 8 - 9 = 104 - 9 = 95$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 56 \times 5 = 2 \times 5 \times 56 = 10 \times 56 = 560$$

$$F = 34 \times 56 + 34 \times 44 = 34 \times (56 + 44) = 34 \times 100 = 3\,400$$

$$G = 14 \times 11 = 14 \times (10 + 1) = 14 \times 10 + 14 \times 1 = 140 + 14 = 154$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $10 \times 10 = 10^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 3 = 5 \times 36 - 3 = 180 - 3 = 177$

$$B = (5 \times 6)^2 - 3 = 30^2 - 3 = 900 - 3 = 897$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 3 : 2n^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$$

$$\text{Pour } n = 10 : 2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 128 :

$$11^2 = 121 \leq 128 \text{ et } 12^2 = 144 > 128.$$

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$$128 - 121 = 7$$

b) Il lui restera 7 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 10 et 60. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).