



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°382



CAPU0382

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 6 et 4 par 7.
- **B** est la somme de 6 et du produit de 4 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times (15 - 12) \quad \mathbf{D} = (15 + 20) \div 7 \quad \mathbf{E} = (1 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

526 divisé par 4 2 022 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 109 par 10 ? Justifier.

$$(a) 109 = 10 \times 11 - 1 \quad (b) 109 = 10 \times 10 + 9 \quad (c) 109 = 10 \times 9 + 19$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 209 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 209 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 017					
575					
231					
8 140					
7 432					

2. Dans le nombre $36\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 164 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°382



CAPU0382

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 57 - 15 + 15 \quad B = 3 + 45 \div 9 \times 4$$

$$C = (4 \times 5 - 9) \div 4 \quad D = 5 \times [37 - (9 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 9 - 2 + 6 = 10 \quad 6 + 7 \times 2 - 5 = 21$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 65 + 7,8 + 35 \quad F = 17 \times 101 \quad G = 19 \times 56 + 19 \times 44$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

72 ; 49 ; 16 ; 8 ; 147 ; 28

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 9 \quad B = (4 \times 6)^2 - 9$$

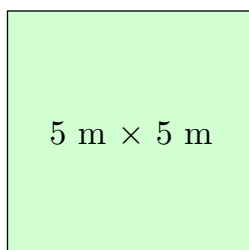
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 2$ et $B = (3x)^2 - 2$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 26.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°382



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 4) \times 7 = 10 \times 7 = 70$

$B = 6 + 4 \times 7 = 6 + 28 = 34$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (15 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 15 et 12.

$D = (15 + 20) \div 7$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 15 et 20 par 7.

$E = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 131 = 524 \leq 526 < 528 = 4 \times 132$: le quotient est 131, le reste $526 - 524 = 2$.

$526 = 4 \times 131 + 2$, avec $2 < 4$.

$21 \times 96 = 2\,016 \leq 2\,022 < 2\,037 = 21 \times 97$: le quotient est 96, le reste $2\,022 - 2\,016 = 6$.

$2\,022 = 21 \times 96 + 6$, avec $6 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $109 = 10 \times 11 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $109 = 10 \times 10 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $109 = 10 \times 9 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 10, reste 9.

Comme $9 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 109 par 10 : quotient 10, reste 9.

3. $209 = 7 \times 29 + 6$

a) 209 jours font 29 semaines complètes et 6 jours.

Après 29 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 6 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 209 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 017	non	oui	non	oui	non
575	non	non	oui	non	non
231	non	oui	non	non	non
8 140	oui	non	oui	non	oui
7 432	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°382



CAPU0382

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 017 &\rightarrow 1 + 0 + 1 + 7 = 9 & 575 &\rightarrow 5 + 7 + 5 = 17 & 231 &\rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 \\ 8\ 140 &\rightarrow 8 + 1 + 4 + 0 = 13 & 7\ 432 &\rightarrow 7 + 4 + 3 + 2 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 6 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 360.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 164 est un multiple de 9. » **Faux.** $164 = 9 \times 18 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 57 - 15 + 15 = 42 + 15 = 57$

$$B = 3 + 45 \div 9 \times 4 = 3 + 5 \times 4 = 3 + 20 = 23$$

$$C = (4 \times 5 - 9) \div 4 = (20 - 9) \div 4 = 11 \div 4 = 2,75$$

$$D = 5 \times [37 - (9 + 8)] = 5 \times [37 - 17] = 5 \times 20 = 100$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times 9 - (2 + 6) = 2 \times 9 - 8 = 18 - 8 = 10$$

$$(6 + 7) \times 2 - 5 = 13 \times 2 - 5 = 26 - 5 = 21$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 65 + 7,8 + 35 = 65 + 35 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 17 \times 101 = 17 \times (100 + 1) = 17 \times 100 + 17 \times 1 = 1\ 700 + 17 = 1\ 717$$

$$G = 19 \times 56 + 19 \times 44 = 19 \times (56 + 44) = 19 \times 100 = 1\ 900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $10 \times 10 = 10^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$28 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°382



72 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2$) 147 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 9 = 4 \times 36 - 9 = 144 - 9 = 135$

$$B = (4 \times 6)^2 - 9 = 24^2 - 9 = 576 - 9 = 567$$

$$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 2 = 3 \times 3^2 - 2 = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2 = 25$$

$$B = (3x)^2 - 2 = (3 \times 3)^2 - 2 = 9^2 - 2 = 81 - 2 = 79$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$5 \times 2 = 10$$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

$$10 \text{ rangées de } 10 \text{ carreaux : } 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 26. » $\rightarrow$ encore 24 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 4, 16.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).