



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°383



CAPU0383

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 48 et du quotient de 24 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 48 et 24 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 8^2 \quad D = (2 \times 3)^2 \quad E = 4 \times 5^2 - 20$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

688 divisé par 5 1 828 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 356 par 12 ? Justifier.

$$(a) 356 = 12 \times 28 + 20 \quad (b) 356 = 12 \times 30 - 4 \quad (c) 356 = 12 \times 29 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
385					
7 612					
1 920					
597					
7 137					

2. Dans le nombre $2\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 6 est un diviseur de 138.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°383



CAPU0383

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 - 15 + 9 \quad B = 18 \div 2 \times 4$$

$$C = (9 + 7) \times 6 - 9 \quad D = 3 \times [24 - (4 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 9 - 6 - 3 = 14 \quad 6 \times 6 \times 3 - 4 = 84$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 + 12,6 + 81 \quad F = 25 \times 99 \quad G = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 49 ; 20 ; 121 ; 41 ; 69

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 2 \quad B = (4 \times 2)^2 - 2$$

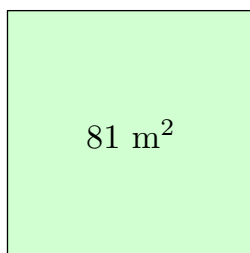
$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 5 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 81 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 43 et 78.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 48 + 24 \div 6 = 48 + 4 = 52$

$B = (48 + 24) \div 6 = 72 \div 6 = 12$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 8^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 8.

$D = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$E = 4 \times 5^2 - 20$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 5 et 20.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 137 = 685 \leq 688 < 690 = 5 \times 138$: le quotient est 137, le reste $688 - 685 = 3$.

$688 = 5 \times 137 + 3$, avec $3 < 5$.

$25 \times 73 = 1\,825 \leq 1\,828 < 1\,850 = 25 \times 74$: le quotient est 73, le reste $1\,828 - 1\,825 = 3$.

$1\,828 = 25 \times 73 + 3$, avec $3 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $356 = 12 \times 28 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $356 = 12 \times 30 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $356 = 12 \times 29 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 29, reste 8.

Comme $8 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 356 par 29 : quotient 12, reste 8.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
385	non	non	oui	non	non
7 612	oui	non	non	non	non
1 920	oui	oui	oui	non	oui
597	non	oui	non	non	non
7 137	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°383



CAPU0383

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 385 &\rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 & 7\,612 &\rightarrow 7 + 6 + 1 + 2 = 16 & 1\,920 &\rightarrow 1 + 9 + 2 + 0 = 12 \\ 597 &\rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 & 7\,137 &\rightarrow 7 + 1 + 3 + 7 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 3 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 6 ; \square = 4 : 9 ; \square = 7 : 12$$

3 solutions : 213, 243, 273.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 6 est un diviseur de 138. » **Vrai.** $138 = 6 \times 23$: le reste de la division de 138 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 - 15 + 9 = 5 + 9 = 14$

$$B = 18 \div 2 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (9 + 7) \times 6 - 9 = 16 \times 6 - 9 = 96 - 9 = 87$$

$$D = 3 \times [24 - (4 + 2)] = 3 \times [24 - 6] = 3 \times 18 = 54$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 9 - (6 - 3) = 8 + 9 - 3 = 17 - 3 = 14$$

$$6 \times (6 \times 3 - 4) = 6 \times (18 - 4) = 6 \times 14 = 84$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 + 12,6 + 81 = 19 + 81 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 25 \times 99 = 25 \times (100 - 1) = 25 \times 100 - 25 \times 1 = 2\,500 - 25 = 2\,475$$

$$G = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $11 \times 11 = 11^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$20 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 20 < 25 = 5^2) \quad 41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 69 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 69 < 81 = 9^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 2 = 4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$

$$B = (4 \times 2)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$$

$$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

$$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 5 = 1^2 + 5 = 1 + 5 = 6$ et $6n = 6 \times 1 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 3$: $n^2 + 5 = 3^2 + 5 = 9 + 5 = 14$ et $6n = 6 \times 3 = 18$.

14 $\neq$ 18 : l'égalité est fausse pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 1 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $9 \times 9 = 81$, c'est-à-dire $9^2 = 81$.

a) Le côté mesure 9 m.

$$4 \times 9 = 36$$

b) Le périmètre est de 36 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 43 et 78. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).