



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°384



CAPU0384

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 24 et 6 par 2.
- **B** est la différence entre 24 et le produit de 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 30 - 3 \times 5 \quad \mathbf{D} = 4 + 6 \times 8 \quad \mathbf{E} = (4 + 7)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

544 divisé par 6 1 959 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 244 par 10 ? Justifier.

$$(a) 244 = 10 \times 25 - 6 \quad (b) 244 = 10 \times 24 + 4 \quad (c) 244 = 10 \times 23 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 189 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
471					
625					
8 310					
2 961					
4 322					

2. Dans le nombre $76\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 76.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°384



CAPU0384

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 10 + 2 \times 5 \quad B = 18 + 36 \div 6 \times 2$$

$$C = 61 - 3 \times (20 - 6) \quad D = 4,7 + 6 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 6 + 8 - 6 = 24 \quad 4 + 8 - 2 - 2 = 12$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 18 \times 9 \quad F = 27 \times 89 + 27 \times 11 \quad G = 8 \times 13 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 \times 8 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 2 \times 6^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 112 ; 125 ; 36 ; 96 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 7 \quad B = (2 \times 6)^2 - 7$$

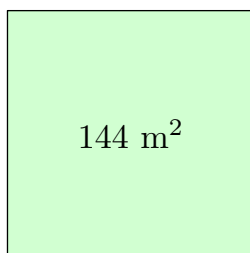
$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 6$ et $B = (3a)^2 - 6$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 52 et 83.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°384



CAPU0384

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (24 - 6) \times 2 = 18 \times 2 = 36$

$B = 24 - 6 \times 2 = 24 - 12 = 12$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 30 - 3 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 30 et le produit de 3 par 5.

$D = 4 + 6 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 6 par 8.

$E = (4 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 4 et 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 90 = 540 \leq 544 < 546 = 6 \times 91$: le quotient est 90, le reste $544 - 540 = 4$.

$544 = 6 \times 90 + 4$, avec $4 < 6$.

$29 \times 67 = 1\,943 \leq 1\,959 < 1\,972 = 29 \times 68$: le quotient est 67, le reste $1\,959 - 1\,943 = 16$.

$1\,959 = 29 \times 67 + 16$, avec $16 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $244 = 10 \times 25 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $244 = 10 \times 24 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $244 = 10 \times 23 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 24, reste 4.

Comme $4 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 244 par 24 : quotient 10, reste 4.

3. $189 = 15 \times 12 + 9$

En 12 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 9.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 9 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
471	non	oui	non	non	non
625	non	non	oui	non	non
8 310	oui	oui	oui	non	oui
2 961	non	oui	non	oui	non
4 322	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°384



CAPU0384

Sommes des chiffres :

$$471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 \quad 625 \rightarrow 6 + 2 + 5 = 13 \quad 8\,310 \rightarrow 8 + 3 + 1 + 0 = 12$$

$$2\,961 \rightarrow 2 + 9 + 6 + 1 = 18 \quad 4\,322 \rightarrow 4 + 3 + 2 + 2 = 11$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 6 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 762, 768.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 76. » **Faux.** $76 = 5 \times 15 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 10 + 2 \times 5 = 10 + 10 = 20$

$$B = 18 + 36 \div 6 \times 2 = 18 + 6 \times 2 = 18 + 12 = 30$$

$$C = 61 - 3 \times (20 - 6) = 61 - 3 \times 14 = 61 - 42 = 19$$

$$D = 4,7 + 6 \times 1,2 = 4,7 + 7,2 = 11,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (6 + 8 - 6) = 3 \times (14 - 6) = 3 \times 8 = 24$$

$$4 + 8 - (2 - 2) = 4 + 8 - 0 = 12 - 0 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 18 \times 9 = 18 \times (10 - 1) = 18 \times 10 - 18 \times 1 = 180 - 18 = 162$$

$$F = 27 \times 89 + 27 \times 11 = 27 \times (89 + 11) = 27 \times 100 = 2\,700$$

$$G = 8 \times 13 \times 125 = 8 \times 125 \times 13 = 1\,000 \times 13 = 13\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $8 \times 8 = 8^2 \quad 2,5 \times 2,5 = 2,5^2 \quad 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81 \quad 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad 0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$ » **Faux.** $(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$, alors que $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$96 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2) \quad 112 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°384



CAPU0384

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 6^2 - 7 = 2 \times 36 - 7 = 72 - 7 = 65$$

$$B = (2 \times 6)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$$

$$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

$$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 6 = 3 \times 4^2 - 6 = 3 \times 16 - 6 = 48 - 6 = 42$$

$$B = (3a)^2 - 6 = (3 \times 4)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$$4 \times 12 = 48$$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre $4 \times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 52 et 83. » $\rightarrow$ encore 30 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).