



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°385



CAPU0385

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 15 et du produit de 9 par 8.
- **B** est le produit de la somme de 15 et 9 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 3^2 \quad D = 26 - 3 \times 7 \quad E = 5^2 + 3^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

105 divisé par 9 733 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 212 par 15 ? Justifier.

$$(a) 212 = 15 \times 14 + 2 \quad (b) 212 = 15 \times 15 - 13 \quad (c) 212 = 15 \times 13 + 17$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 103 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 112					
6 100					
9 621					
867					
205					

2. Dans le nombre $51\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 3 est un diviseur de 50.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°385



CAPU0385

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 33 - 11 + 14 \quad B = 6 \times 9 - 2 \times 2$$

$$C = (8 \times 9 - 2) \div 2 \quad D = 5 \times [24 - (9 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 6 + 5 \times 2 = 40 \quad 8 - 3 + 2 \times 2 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 99 \quad F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad G = 2 \times 60 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 9 \times 9 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 8 ; 36 ; 121 ; 46 ; 50

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 9 \quad B = (2 \times 5)^2 - 9$$

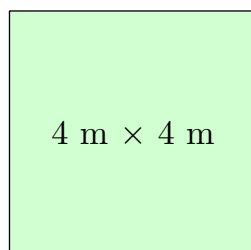
$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 97 et 139.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°385



CAPU0385

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 15 + 9 \times 8 = 15 + 72 = 87$

$B = (15 + 9) \times 8 = 24 \times 8 = 192$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 3^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 3.

$D = 26 - 3 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 26 et le produit de 3 par 7.

$E = 5^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 11 = 99 \leq 105 < 108 = 9 \times 12$: le quotient est 11, le reste $105 - 99 = 6$.

$105 = 9 \times 11 + 6$, avec $6 < 9$.

$19 \times 38 = 722 \leq 733 < 741 = 19 \times 39$: le quotient est 38, le reste $733 - 722 = 11$.

$733 = 19 \times 38 + 11$, avec $11 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $212 = 15 \times 14 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $212 = 15 \times 15 - 13$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $212 = 15 \times 13 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 14, reste 2.

Comme $2 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 212 par 14 : quotient 15, reste 2.

3. $103 = 12 \times 8 + 7$, avec $7 < 12$

a) Elle remplit 8 boîtes pleines.

b) Il reste 7 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 112	oui	non	non	non	non
6 100	oui	non	oui	non	oui
9 621	non	oui	non	oui	non
867	non	oui	non	non	non
205	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°385



CAPU0385

Sommes des chiffres :

$$9\ 112 \rightarrow 9 + 1 + 1 + 2 = 13 \quad 6\ 100 \rightarrow 6 + 1 + 0 + 0 = 7 \quad 9\ 621 \rightarrow 9 + 6 + 2 + 1 = 18$$
$$867 \rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 \quad 205 \rightarrow 2 + 0 + 5 = 7$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 1 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 510.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 3 est un diviseur de 50. » **Faux.** $50 = 3 \times 16 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 33 - 11 + 14 = 22 + 14 = 36$

$$B = 6 \times 9 - 2 \times 2 = 54 - 4 = 50$$

$$C = (8 \times 9 - 2) \div 2 = (72 - 2) \div 2 = 70 \div 2 = 35$$

$$D = 5 \times [24 - (9 + 3)] = 5 \times [24 - 12] = 5 \times 12 = 60$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 6 + 5) \times 2 = (15 + 5) \times 2 = 20 \times 2 = 40$$

$$8 - (3 + 2 \times 2) = 8 - (3 + 4) = 8 - 7 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 99 = 42 \times (100 - 1) = 42 \times 100 - 42 \times 1 = 4\ 200 - 42 = 4\ 158$$

$$F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 2 \times 60 \times 50 = 2 \times 50 \times 60 = 100 \times 60 = 6\ 000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $9 \times 9 = 9^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°385



CAPU0385

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 5^2 - 9 = 2 \times 25 - 9 = 50 - 9 = 41$$

$$B = (2 \times 5)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$$

$$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

$$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 5 : 2x^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } x = 10 : 2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$4 \times 2 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de } 8 \text{ carreaux} : 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 97 et 139. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).