



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°386



CAPU0386

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 32 et 36 par 4.
- **B** est la somme de 32 et du quotient de 36 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6^2 - 28 \quad \mathbf{D} = (2 \times 4)^2 \quad \mathbf{E} = (11 + 4) \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

898 divisé par 4 809 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 295 par 13 ? Justifier.

$$(a) 295 = 13 \times 21 + 22 \quad (b) 295 = 13 \times 23 - 4 \quad (c) 295 = 13 \times 22 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 126 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 469					
115					
471					
7 606					
7 000					

2. Dans le nombre $6\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 80 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°386



CAPU0386

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 42 - 13 + 15 \quad B = 14 + 63 \div 7 \times 3$$

$$C = 82 - 2 \times (13 - 6) \quad D = 4 \times [33 - (5 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 6 \times 9 + 3 = 171 \quad 7 + 2 \times 8 + 8 = 80$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 43 \times 30 + 43 \times 70 \quad F = 37 \times 101 \quad G = 82 + 0,75 + 18$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 121 ; 27 ; 114 ; 99 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 8 \quad B = (4 \times 3)^2 - 8$$

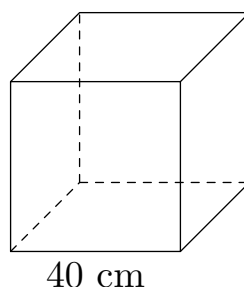
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 5$ et $B = (3a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 67.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°386



CAPU0386

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (32 + 36) \div 4 = 68 \div 4 = 17$

$B = 32 + 36 \div 4 = 32 + 9 = 41$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 - 28$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 28.

$D = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$E = (11 + 4) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 11 et 4 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 224 = 896 \leq 898 < 900 = 4 \times 225$: le quotient est 224, le reste $898 - 896 = 2$.

$898 = 4 \times 224 + 2$, avec $2 < 4$.

$19 \times 42 = 798 \leq 809 < 817 = 19 \times 43$: le quotient est 42, le reste $809 - 798 = 11$.

$809 = 19 \times 42 + 11$, avec $11 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $295 = 13 \times 21 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $295 = 13 \times 23 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $295 = 13 \times 22 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 22, reste 9.

Comme $9 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 295 par 22 : quotient 13, reste 9.

3. $126 = 12 \times 10 + 6$, avec $6 < 12$

a) Elle remplit 10 boîtes pleines.

b) Il reste 6 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 469	non	oui	non	oui	non
115	non	non	oui	non	non
471	non	oui	non	non	non
7 606	oui	non	non	non	non
7 000	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°386



CAPU0386

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,469 &\rightarrow 8 + 4 + 6 + 9 = 27 & 115 &\rightarrow 1 + 1 + 5 = 7 & 471 &\rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 \\ 7\,606 &\rightarrow 7 + 6 + 0 + 6 = 19 & 7\,000 &\rightarrow 7 + 0 + 0 + 0 = 7 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 5 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 615, 645, 675.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 51 est divisible par 3 ($51 = 3 \times 17$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 80 est un multiple de 3. » **Faux.** $80 = 3 \times 26 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 42 - 13 + 15 = 29 + 15 = 44$

$$B = 14 + 63 \div 7 \times 3 = 14 + 9 \times 3 = 14 + 27 = 41$$

$$C = 82 - 2 \times (13 - 6) = 82 - 2 \times 7 = 82 - 14 = 68$$

$$D = 4 \times [33 - (5 + 4)] = 4 \times [33 - 9] = 4 \times 24 = 96$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (6 \times 9 + 3) = 3 \times (54 + 3) = 3 \times 57 = 171$$

$$(7 + 2) \times 8 + 8 = 9 \times 8 + 8 = 72 + 8 = 80$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 43 \times 30 + 43 \times 70 = 43 \times (30 + 70) = 43 \times 100 = 4\,300$$

$$F = 37 \times 101 = 37 \times (100 + 1) = 37 \times 100 + 37 \times 1 = 3\,700 + 37 = 3\,737$$

$$G = 82 + 0,75 + 18 = 82 + 18 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$99 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 99 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$114 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°386



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 8 = 4 \times 9 - 8 = 36 - 8 = 28$

$$B = (4 \times 3)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

$$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 5 = 3 \times 4^2 - 5 = 3 \times 16 - 5 = 48 - 5 = 43$$

$$B = (3a)^2 - 5 = (3 \times 4)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de **64 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient **64 litres**.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 67. » $\rightarrow$ encore 65 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).