



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°387



CAPU0387

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 9 et 2 par 3.
- **B** est la différence entre 9 et le produit de 2 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 38 - 3 \times 7 \quad D = (3 + 1)^3 \quad E = 9^2 + 1^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

329 divisé par 3 884 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 318 par 15 ? Justifier.

$$(a) 318 = 15 \times 20 + 18 \quad (b) 318 = 15 \times 22 - 12 \quad (c) 318 = 15 \times 21 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 189 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 722					
447					
485					
6 200					
2 331					

2. Dans le nombre $82\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 80.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 8 \times 4 \quad B = 42 \div 6 \times 5$$

$$C = 51 - 4 \times (11 - 6) \quad D = 3,1 + 3 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 6 \times 6 \times 4 = 176 \quad 5 + 9 + 3 \times 5 = 65$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 98 \times 50 \quad F = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 \quad G = 15 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 79 ; 145 ; 64 ; 27 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 5 \quad B = (4 \times 2)^2 - 5$$

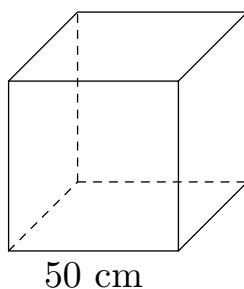
$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 8)^2$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 249 et 311. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (9 - 2) \times 3 = 7 \times 3 = 21$

$B = 9 - 2 \times 3 = 9 - 6 = 3$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 38 - 3 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 38 et le produit de 3 par 7.

$D = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$E = 9^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 109 = 327 \leq 329 < 330 = 3 \times 110$: le quotient est 109, le reste $329 - 327 = 2$.

$329 = 3 \times 109 + 2$, avec $2 < 3$.

$11 \times 80 = 880 \leq 884 < 891 = 11 \times 81$: le quotient est 80, le reste $884 - 880 = 4$.

$884 = 11 \times 80 + 4$, avec $4 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $318 = 15 \times 20 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $318 = 15 \times 22 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $318 = 15 \times 21 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 3.

Comme $3 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 318 par 21 : quotient 15, reste 3.

3. $189 = 6 \times 31 + 3$, avec $3 < 6$

a) Elle remplit 31 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 722	oui	non	non	non	non
447	non	oui	non	non	non
485	non	non	oui	non	non
6 200	oui	non	oui	non	oui
2 331	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°387



CAPU0387

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,722 &\rightarrow 9 + 7 + 2 + 2 = 20 & 447 &\rightarrow 4 + 4 + 7 = 15 & 485 &\rightarrow 4 + 8 + 5 = 17 \\ 6\,200 &\rightarrow 6 + 2 + 0 + 0 = 8 & 2\,331 &\rightarrow 2 + 3 + 3 + 1 = 9 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 2 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 825.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 21 est divisible par 3 ($21 = 3 \times 7$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 80. » **Vrai.** $80 = 4 \times 20$: le reste de la division de 80 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 8 \times 4 = 5 + 32 = 37$

$$B = 42 \div 6 \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

$$C = 51 - 4 \times (11 - 6) = 51 - 4 \times 5 = 51 - 20 = 31$$

$$D = 3,1 + 3 \times 0,2 = 3,1 + 0,6 = 3,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 6 \times 6) \times 4 = (8 + 36) \times 4 = 44 \times 4 = 176$$

$$5 + (9 + 3) \times 5 = 5 + 12 \times 5 = 5 + 60 = 65$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 98 \times 50 = 2 \times 50 \times 98 = 100 \times 98 = 9\,800$$

$$F = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 15 \times 99 = 15 \times (100 - 1) = 15 \times 100 - 15 \times 1 = 1\,500 - 15 = 1\,485$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°387



CAPU0387

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 145 : \text{ni l'un ni l'autre} (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 4 \times 2^2 - 5 = 4 \times 4 - 5 = 16 - 5 = 11$$

$$B = (4 \times 2)^2 - 5 = 8^2 - 5 = 64 - 5 = 59$$

$$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$

$$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : (a + 8)^2 = (4 + 8)^2 = 12^2 = 144$$

$$\text{Pour } a = 10 : (a + 8)^2 = (10 + 8)^2 = 18^2 = 324$$

Exercice 7 — Correction

$$1. V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$$

a) **Le volume est de 125 000 cm³.**

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) **L'aquarium contient 125 litres.**

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 249 et 311. » $\rightarrow$ encore 61 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).