



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°388



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 5.
- **B** est le carré du double de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 12) \div 3 \quad \mathbf{D} = 4 + 36 \div 6 \quad \mathbf{E} = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

111 divisé par 6 559 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 75 par 9 ? Justifier.

$$(a) 75 = 9 \times 9 - 6 \quad (b) 75 = 9 \times 8 + 3 \quad (c) 75 = 9 \times 7 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 50 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 50 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 519					
515					
8 422					
9 890					
357					

2. Dans le nombre $6\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 84 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°388



CAPU0388

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 6 \times 8 \quad B = 14 + 63 \div 9 \times 2$$

$$C = (4 + 10) \times 6 - 8 \quad D = 5,3 + 3 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 7 - 6 + 5 = 17 \quad 4 \times 5 \times 2 + 4 = 56$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 36 \times 50 \quad F = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 \quad G = 17 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 0^2 = 0 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 110 ; 121 ; 144 ; 55 ; 147

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 9 \quad B = (5 \times 5)^2 - 9$$

$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 139 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 99 et 128.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°388



CAPU0388

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

$$B = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 12) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 12 par 3.

$$D = 4 + 36 \div 6$$
 est une **somme** : c'est la somme de 4 et du quotient de 36 par 6.

$$E = 2 \times 9^2$$
 est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 18 = 108 \leq 111 < 114 = 6 \times 19$: le quotient est 18, le reste $111 - 108 = 3$.

$$111 = 6 \times 18 + 3, \text{ avec } 3 < 6.$$

$$21 \times 26 = 546 \leq 559 < 567 = 21 \times 27$$
 : le quotient est 26, le reste $559 - 546 = 13$.

$$559 = 21 \times 26 + 13, \text{ avec } 13 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $75 = 9 \times 9 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $75 = 9 \times 8 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $75 = 9 \times 7 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 8, reste 3.

Comme $3 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 75 par 8 : quotient 9, reste 3.

3. $50 = 7 \times 7 + 1$

a) 50 jours font 7 semaines complètes et 1 jour.

Après 7 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 1 jour : lundi → mardi.

b) Dans 50 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 519	non	oui	non	oui	non
515	non	non	oui	non	non
8 422	oui	non	non	non	non
9 890	oui	non	oui	non	oui
357	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°388



CAPU0388

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\,519 \rightarrow 3 + 5 + 1 + 9 = 18 & 515 \rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 & 8\,422 \rightarrow 8 + 4 + 2 + 2 = 16 \\ 9\,890 \rightarrow 9 + 8 + 9 + 0 = 26 & 357 \rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 1 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 621.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 84 est un multiple de 4. » **Vrai.** $84 = 4 \times 21$: le reste de la division de 84 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 6 \times 8 = 5 + 48 = 53$

$$B = 14 + 63 \div 9 \times 2 = 14 + 7 \times 2 = 14 + 14 = 28$$

$$C = (4 + 10) \times 6 - 8 = 14 \times 6 - 8 = 84 - 8 = 76$$

$$D = 5,3 + 3 \times 0,5 = 5,3 + 1,5 = 6,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 7 - (6 + 5) = 4 \times 7 - 11 = 28 - 11 = 17$$

$$4 \times (5 \times 2 + 4) = 4 \times (10 + 4) = 4 \times 14 = 56$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 36 \times 50 = 2 \times 50 \times 36 = 100 \times 36 = 3\,600$$

$$F = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

$$G = 17 \times 11 = 17 \times (10 + 1) = 17 \times 10 + 17 \times 1 = 170 + 17 = 187$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 55 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 55 < 64 = 8^2)$$

$$110 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 110 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 147 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°388



CAPU0388

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 9 = 5 \times 25 - 9 = 125 - 9 = 116$

$$B = (5 \times 5)^2 - 9 = 25^2 - 9 = 625 - 9 = 616$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 2 = 1^2 + 2 = 1 + 2 = 3$ et $3x = 3 \times 1 = 3$.

3 = 3 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 2 = 6^2 + 2 = 36 + 2 = 38$ et $3x = 3 \times 6 = 18$.

38 $\neq$ 18 : l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 1 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 139 :

$$11^2 = 121 \leq 139 \text{ et } 12^2 = 144 > 139.$$

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$$139 - 121 = 18$$

b) Il lui restera 18 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 99 et 128. » $\rightarrow$ encore 28 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).