



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°389



CAPU0389

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 6.
- **B** est le double du carré de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 7^2 \quad D = (2 \times 5)^2 \quad E = (10 + 53) \div 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

881 divisé par 8 1 478 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 287 par 8 ? Justifier.

$$(a) 287 = 8 \times 35 + 7 \quad (b) 287 = 8 \times 34 + 15 \quad (c) 287 = 8 \times 36 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 750					
9 044					
147					
7 479					
515					

2. Dans le nombre $21\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 89 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°389



CAPU0389

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 69 - 2 \times 3 \quad B = 15 + 15 \div 5 \times 3$$

$$C = 50 - 2 \times (14 - 5) \quad D = 4,8 + 6 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 7 - 4 - 5 = 19 \quad 5 \times 5 \times 7 + 3 = 190$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 + 3,45 + 55 \quad F = 21 \times 9 \quad G = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 19 ; 64 ; 25 ; 1 000 ; 62

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 8 \quad B = (3 \times 2)^2 - 8$$

$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 2$ et $B = (5a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 87 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 13 et 75. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.
Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

$B = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = (10 + 53) \div 7$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 10 et 53 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 110 = 880 \leq 881 < 888 = 8 \times 111$: le quotient est 110, le reste $881 - 880 = 1$.

$881 = 8 \times 110 + 1$, avec $1 < 8$.

$11 \times 134 = 1\,474 \leq 1\,478 < 1\,485 = 11 \times 135$: le quotient est 134, le reste $1\,478 - 1\,474 = 4$.

$1\,478 = 11 \times 134 + 4$, avec $4 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $287 = 8 \times 35 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $287 = 8 \times 34 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $287 = 8 \times 36 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 35, reste 7.

Comme $7 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 287 par 35 : quotient 8, reste 7.

3. $32 = 7 \times 4 + 4$, avec $4 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 4 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 750	oui	oui	oui	non	oui
9 044	oui	non	non	non	non
147	non	oui	non	non	non
7 479	non	oui	non	oui	non
515	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°389



CAPU0389

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,750 &\rightarrow 9 + 7 + 5 + 0 = 21 & 9\,044 &\rightarrow 9 + 0 + 4 + 4 = 17 & 147 &\rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 \\ 7\,479 &\rightarrow 7 + 4 + 7 + 9 = 27 & 515 &\rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 1 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3 ; \square = 6 : 9$$

2 solutions : 210, 216.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 89 est un multiple de 8. » **Faux.** $89 = 8 \times 11 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 69 - 2 \times 3 = 69 - 6 = 63$

$$B = 15 + 15 \div 5 \times 3 = 15 + 3 \times 3 = 15 + 9 = 24$$

$$C = 50 - 2 \times (14 - 5) = 50 - 2 \times 9 = 50 - 18 = 32$$

$$D = 4,8 + 6 \times 0,2 = 4,8 + 1,2 = 6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (7 - 4) - 5 = 8 \times 3 - 5 = 24 - 5 = 19$$

$$5 \times (5 \times 7 + 3) = 5 \times (35 + 3) = 5 \times 38 = 190$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 + 3,45 + 55 = 45 + 55 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 21 \times 9 = 21 \times (10 - 1) = 21 \times 10 - 21 \times 1 = 210 - 21 = 189$$

$$G = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 = 2,7 \times (0,7 + 0,3) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 19 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 19 < 25 = 5^2)$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°389



CAPU0389

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 2^2 - 8 = 3 \times 4 - 8 = 12 - 8 = 4$$

$$B = (3 \times 2)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$$

$$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 2 = 5 \times 2^2 - 2 = 5 \times 4 - 2 = 20 - 2 = 18$$

$$B = (5a)^2 - 2 = (5 \times 2)^2 - 2 = 10^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 87 :

$$9^2 = 81 \leq 87 \text{ et } 10^2 = 100 > 87.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$87 - 81 = 6$$

b) Il lui restera 6 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 13 et 75. » $\rightarrow$ encore 61 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).