



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°39



CAPU0039

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 4.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 - 2 \quad D = (1 + 2)^3 \quad E = 6^2 + 7^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

870 divisé par 9 1 527 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 128 par 10 ? Justifier.

$$(a) 128 = 10 \times 12 + 8 \quad (b) 128 = 10 \times 13 - 2 \quad (c) 128 = 10 \times 11 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 4 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
245					
6 268					
5 877					
201					
9 880					

2. Dans le nombre $2\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 140.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°39



CAPU0039

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 11 + 2 \times 3 \quad B = 40 \div 5 \times 3$$

$$C = (6 \times 4 - 6) \div 2 \quad D = [5 + 9 \times (12 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 3 \times 9 \times 2 = 144 \quad 6 \times 6 + 3 \times 9 = 198$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 16 \times 72 - 16 \times 62 \quad F = 33 \times 9 \quad G = 2 \times 90 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 + 6 + 6 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 5 \times 5 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^2 = 6 \quad 0^2 = 0 \quad (2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 81 ; 127 ; 1 000 ; 100 ; 51

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 6 \quad B = (5 \times 4)^2 - 6$$

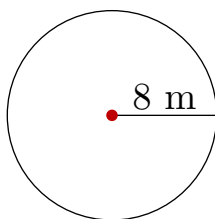
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 20 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 8 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 66 et 119.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°39



CAPU0039

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$B = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 - 2$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 2.

$D = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$E = 6^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 6 et de 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 96 = 864 \leq 870 < 873 = 9 \times 97$: le quotient est 96, le reste $870 - 864 = 6$.

$870 = 9 \times 96 + 6$, avec $6 < 9$.

$27 \times 56 = 1\,512 \leq 1\,527 < 1\,539 = 27 \times 57$: le quotient est 56, le reste $1\,527 - 1\,512 = 15$.

$1\,527 = 27 \times 56 + 15$, avec $15 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $128 = 10 \times 12 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $128 = 10 \times 13 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $128 = 10 \times 11 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 12, reste 8.

Comme $8 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 128 par 12 : quotient 10, reste 8.

3. $54 = 4 \times 13 + 2$, avec $2 < 4$

a) Chaque joueur reçoit 13 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 4 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
245	non	non	oui	non	non
6 268	oui	non	non	non	non
5 877	non	oui	non	oui	non
201	non	oui	non	non	non
9 880	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°39



CAPU0039

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 245 &\rightarrow 2 + 4 + 5 = 11 & 6\,268 &\rightarrow 6 + 2 + 6 + 8 = 22 & 5\,877 &\rightarrow 5 + 8 + 7 + 7 = 27 \\ 201 &\rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 & 9\,880 &\rightarrow 9 + 8 + 8 + 0 = 25 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 3 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 243.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 288, somme des chiffres 18.

« 5 est un diviseur de 140. » **Vrai.** $140 = 5 \times 28$: le reste de la division de 140 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 11 + 2 \times 3 = 11 + 6 = 17$

$$B = 40 \div 5 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$C = (6 \times 4 - 6) \div 2 = (24 - 6) \div 2 = 18 \div 2 = 9$$

$$D = [5 + 9 \times (12 - 2)] \div 5 = [5 + 9 \times 10] \div 5 = [5 + 90] \div 5 = 95 \div 5 = 19$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 3) \times 9 \times 2 = 8 \times 9 \times 2 = 72 \times 2 = 144$$

$$6 \times (6 + 3 \times 9) = 6 \times (6 + 27) = 6 \times 33 = 198$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 16 \times 72 - 16 \times 62 = 16 \times (72 - 62) = 16 \times 10 = 160$$

$$F = 33 \times 9 = 33 \times (10 - 1) = 33 \times 10 - 33 \times 1 = 330 - 33 = 297$$

$$G = 2 \times 90 \times 50 = 2 \times 50 \times 90 = 100 \times 90 = 9\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $5 \times 5 = 5^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } (2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (2 + 5)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$127 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°39



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 6 = 5 \times 16 - 6 = 80 - 6 = 74$

$$B = (5 \times 4)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$$

$$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$$

$$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 3 : x^2 + 20 = 3^2 + 20 = 9 + 20 = 29 \text{ et } 9x = 9 \times 3 = 27.$$

$29 \neq 27$: l'égalité est fausse pour $x = 3$.

$$\text{Pour } x = 4 : x^2 + 20 = 4^2 + 20 = 16 + 20 = 36 \text{ et } 9x = 9 \times 4 = 36.$$

$36 = 36$: l'égalité est vraie pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 4 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 8^2 = \pi \times 64 = 64\pi$

a) L'aire exacte est **$64\pi \text{ m}^2$** .

$$64 \times 3,14 = 200,96$$

b) L'aire vaut environ **201 m^2** .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 8^2$, et non $(\pi \times 8)^2$. On élève 8 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 66 et 119. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).