



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°390



CAPU0390

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 18 et du quotient de 54 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 18 et 54 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2^2 + 8^2 \quad D = (6 + 5) \times 4 \quad E = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

124 divisé par 3 2 095 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 177 par 9 ? Justifier.

$$(a) 177 = 9 \times 18 + 15 \quad (b) 177 = 9 \times 19 + 6 \quad (c) 177 = 9 \times 20 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 478					
185					
1 629					
1 810					
777					

2. Dans le nombre $61\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 69 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°390



CAPU0390

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 9 \times 6 \quad B = 15 + 63 \div 9 \times 4$$

$$C = (6 + 10) \times 3 - 4 \quad D = 7,4 + 6 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 2 + 7 \times 4 = 60 \quad 2 + 2 + 4 \times 3 = 24$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 40 \times 99 \quad F = 43 + 5,05 + 57 \quad G = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 12 \times 12 \quad 8 + 8 + 8 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 4 \times 4^2 = 16^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 64 ; 100 ; 25 ; 15 ; 110

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 4 \quad B = (5 \times 3)^2 - 4$$

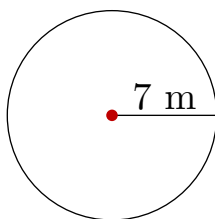
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 9$ et $B = (3a)^2 - 9$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 7 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 155 et 206.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°390



CAPU0390

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 18 + 54 \div 6 = 18 + 9 = 27$

$B = (18 + 54) \div 6 = 72 \div 6 = 12$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2^2 + 8^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 8.

$D = (6 + 5) \times 4$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 6 et 5 par 4.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 41 = 123 \leq 124 < 126 = 3 \times 42$: le quotient est 41, le reste $124 - 123 = 1$.

$124 = 3 \times 41 + 1$, avec $1 < 3$.

$14 \times 149 = 2\,086 \leq 2\,095 < 2\,100 = 14 \times 150$: le quotient est 149, le reste $2\,095 - 2\,086 = 9$.

$2\,095 = 14 \times 149 + 9$, avec $9 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $177 = 9 \times 18 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $177 = 9 \times 19 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $177 = 9 \times 20 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 19, reste 6.

Comme $6 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 177 par 19 : quotient 9, reste 6.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 478	oui	non	non	non	non
185	non	non	oui	non	non
1 629	non	oui	non	oui	non
1 810	oui	non	oui	non	oui
777	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°390



CAPU0390

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\,478 \rightarrow 3 + 4 + 7 + 8 = 22 & 185 \rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 & 1\,629 \rightarrow 1 + 6 + 2 + 9 = 18 \\ 1\,810 \rightarrow 1 + 8 + 1 + 0 = 10 & 777 \rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 1 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 615.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 46 est pair mais $46 = 3 \times 15 + 1$.
« 69 est un multiple de 5. » **Faux.** $69 = 5 \times 13 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 9 \times 6 = 5 + 54 = 59$

$$B = 15 + 63 \div 9 \times 4 = 15 + 7 \times 4 = 15 + 28 = 43$$

$$C = (6 + 10) \times 3 - 4 = 16 \times 3 - 4 = 48 - 4 = 44$$

$$D = 7,4 + 6 \times 1,5 = 7,4 + 9 = 16,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 \times 2 + 7) \times 4 = (8 + 7) \times 4 = 15 \times 4 = 60$$

$$(2 + 2 + 4) \times 3 = (4 + 4) \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 40 \times 99 = 40 \times (100 - 1) = 40 \times 100 - 40 \times 1 = 4\,000 - 40 = 3\,960$$

$$F = 43 + 5,05 + 57 = 43 + 57 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 4 \times 4^2 = 16^2 \text{ » Faux. } 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64, \text{ alors que } 16^2 = 256. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$15 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 110 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 110 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°390



CAPU0390

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 4 = 5 \times 9 - 4 = 45 - 4 = 41$

$$B = (5 \times 3)^2 - 4 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$$

$$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 9 = 3 \times 2^2 - 9 = 3 \times 4 - 9 = 12 - 9 = 3$$

$$B = (3a)^2 - 9 = (3 \times 2)^2 - 9 = 6^2 - 9 = 36 - 9 = 27$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$

a) L'aire exacte est $49\pi \text{ m}^2$.

$$49 \times 3,14 = 153,86$$

b) L'aire vaut environ 154 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 7^2$, et non $(\pi \times 7)^2$. On élève 7 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 155 et 206. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).