



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°391



CAPU0391

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 20 et 3 par 3.
- **B** est la différence entre 20 et le produit de 3 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (4 + 7)^2 \quad \mathbf{D} = 4 \times 6^2 - 10 \quad \mathbf{E} = (31 + 9) \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

693 divisé par 6 430 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 372 par 11 ? Justifier.

$$(a) 372 = 11 \times 33 + 9 \quad (b) 372 = 11 \times 34 - 2 \quad (c) 372 = 11 \times 32 + 20$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 94 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 94 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
865					
8 217					
4 112					
831					
5 530					

2. Dans le nombre $3\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 86 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°391



CAPU0391

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 58 - 3 + 10 \quad B = 10 \div 2 \times 5$$

$$C = (12 + 2) \times 2 - 2 \quad D = 4,1 + 5 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 6 \times 8 + 8 = 96 \quad 4 \times 4 - 4 \times 3 = 36$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 49 \times 30 - 49 \times 20 \quad F = 12 + 0,75 + 88 \quad G = 31 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 8 + 8 + 8 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0 \quad 4 \times 3^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

48 ; 49 ; 25 ; 43 ; 126 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 5 \quad B = (4 \times 6)^2 - 5$$

$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 8$ et $B = (3a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 97 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 42.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°391



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 - 3) \times 3 = 17 \times 3 = 51$

$B = 20 - 3 \times 3 = 20 - 9 = 11$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (4 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 4 et 7.

$D = 4 \times 6^2 - 10$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 6 et 10.

$E = (31 + 9) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 31 et 9 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 115 = 690 \leq 693 < 696 = 6 \times 116$: le quotient est 115, le reste $693 - 690 = 3$.

$693 = 6 \times 115 + 3$, avec $3 < 6$.

$13 \times 33 = 429 \leq 430 < 442 = 13 \times 34$: le quotient est 33, le reste $430 - 429 = 1$.

$430 = 13 \times 33 + 1$, avec $1 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $372 = 11 \times 33 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $372 = 11 \times 34 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $372 = 11 \times 32 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 33, reste 9.

Comme $9 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 372 par 33 : quotient 11, reste 9.

3. $94 = 7 \times 13 + 3$

a) 94 jours font 13 semaines complètes et 3 jours.

Après 13 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 3 jours : jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 94 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
865	non	non	oui	non	non
8 217	non	oui	non	oui	non
4 112	oui	non	non	non	non
831	non	oui	non	non	non
5 530	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°391



CAPU0391

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 865 &\rightarrow 8 + 6 + 5 = 19 & 8\,217 &\rightarrow 8 + 2 + 1 + 7 = 18 & 4\,112 &\rightarrow 4 + 1 + 1 + 2 = 8 \\ 831 &\rightarrow 8 + 3 + 1 = 12 & 5\,530 &\rightarrow 5 + 5 + 3 + 0 = 13 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 0 = 3 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3; \square = 3 : 6; \square = 6 : 9; \square = 9 : 12$$

4 solutions : 300, 330, 360, 390.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 86 est un multiple de 5. » **Faux**. $86 = 5 \times 17 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 58 - 3 + 10 = 55 + 10 = 65$

$$B = 10 \div 2 \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

$$C = (12 + 2) \times 2 - 2 = 14 \times 2 - 2 = 28 - 2 = 26$$

$$D = 4,1 + 5 \times 1,5 = 4,1 + 7,5 = 11,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 6) \times 8 + 8 = 11 \times 8 + 8 = 88 + 8 = 96$$

$$(4 \times 4 - 4) \times 3 = (16 - 4) \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 49 \times 30 - 49 \times 20 = 49 \times (30 - 20) = 49 \times 10 = 490$$

$$F = 12 + 0,75 + 88 = 12 + 88 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 31 \times 101 = 31 \times (100 + 1) = 31 \times 100 + 31 \times 1 = 3\,100 + 31 = 3\,131$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 4 \times 3^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$43 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 43 < 49 = 7^2) \quad 48 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 48 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 126 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 5 = 4 \times 36 - 5 = 144 - 5 = 139$

$$B = (4 \times 6)^2 - 5 = 24^2 - 5 = 576 - 5 = 571$$

$$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 8 = 3 \times 5^2 - 8 = 3 \times 25 - 8 = 75 - 8 = 67$$

$$B = (3a)^2 - 8 = (3 \times 5)^2 - 8 = 15^2 - 8 = 225 - 8 = 217$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 97 :

$$9^2 = 81 \leq 97 \text{ et } 10^2 = 100 > 97.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$97 - 81 = 16$$

b) Il lui restera 16 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 42. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 4, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).