



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°392



CAPU0392

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 45 et 25 par 5.
- **B** est la somme de 45 et du quotient de 25 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 6^2 - 30 \quad D = 2^2 + 6^2 \quad E = (3 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

223 divisé par 8 831 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 266 par 8 ? Justifier.

$$(a) 266 = 8 \times 32 + 10 \quad (b) 266 = 8 \times 34 - 6 \quad (c) 266 = 8 \times 33 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 70 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 340					
591					
845					
1 809					
2 522					

2. Dans le nombre $68\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 62 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°392



CAPU0392

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 46 - 5 \times 4 \quad B = 11 + 10 \div 5 \times 2$$

$$C = (6 \times 8 - 2) \div 5 \quad D = 8,9 + 6 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 7 + 4 + 6 = 51 \quad 5 + 2 \times 5 - 8 = 27$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 36 \times 101 \quad F = 8 \times 21 \times 125 \quad G = 22 \times 78 + 22 \times 22$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 4 \times 4 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4 \times 3^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 64 ; 1 000 ; 70 ; 49 ; 134

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 7 \quad B = (2 \times 6)^2 - 7$$

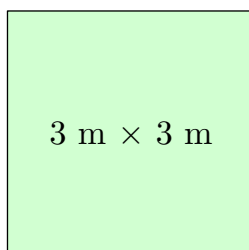
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 7n$ pour $n = 3$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 6 et 46.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (45 + 25) \div 5 = 70 \div 5 = 14$

$$B = 45 + 25 \div 5 = 45 + 5 = 50$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 - 30$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 30.

$$D = 2^2 + 6^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 2 et de 6.}$$

$$E = (3 + 1)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 3 et 1.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 27 = 216 \leq 223 < 224 = 8 \times 28$: le quotient est 27, le reste $223 - 216 = 7$.

$$\mathbf{223 = 8 \times 27 + 7}, \text{ avec } 7 < 8.$$

$$11 \times 75 = 825 \leq 831 < 836 = 11 \times 76 : \text{le quotient est 75, le reste } 831 - 825 = 6.$$

$$\mathbf{831 = 11 \times 75 + 6}, \text{ avec } 6 < 11.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $266 = 8 \times 32 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $266 = 8 \times 34 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $266 = 8 \times 33 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 33, reste 2.

Comme $2 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 266 par 33 : quotient 8, reste 2.

3. $70 = 9 \times 7 + 7$

7 minibus pleins transportent 63 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 7 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°392



CAPU0392

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 340	oui	non	oui	non	oui
591	non	oui	non	non	non
845	non	non	oui	non	non
1 809	non	oui	non	oui	non
2 522	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$7\,340 \rightarrow 7 + 3 + 4 + 0 = 14 \quad 591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 \quad 845 \rightarrow 8 + 4 + 5 = 17$$

$$1\,809 \rightarrow 1 + 8 + 0 + 9 = 18 \quad 2\,522 \rightarrow 2 + 5 + 2 + 2 = 11$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 8 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 684.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 315, somme des chiffres 9.

« 62 est un multiple de 3. » **Faux**. $62 = 3 \times 20 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 46 - 5 \times 4 = 46 - 20 = 26$

$$B = 11 + 10 \div 5 \times 2 = 11 + 2 \times 2 = 11 + 4 = 15$$

$$C = (6 \times 8 - 2) \div 5 = (48 - 2) \div 5 = 46 \div 5 = 9,2$$

$$D = 8,9 + 6 \times 1,2 = 8,9 + 7,2 = 16,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (7 + 4 + 6) = 3 \times (11 + 6) = 3 \times 17 = 51$$

$$(5 + 2) \times 5 - 8 = 7 \times 5 - 8 = 35 - 8 = 27$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 36 \times 101 = 36 \times (100 + 1) = 36 \times 100 + 36 \times 1 = 3\,600 + 36 = 3\,636$$

$$F = 8 \times 21 \times 125 = 8 \times 125 \times 21 = 1\,000 \times 21 = 21\,000$$

$$G = 22 \times 78 + 22 \times 22 = 22 \times (78 + 22) = 22 \times 100 = 2\,200$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $4 \times 4 = 4^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $4 \times 3^2 = 12^2$ » **Faux**. $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 3.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$49 = 7^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

70 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 70 < 81 = 9^2$) $81 = 9^2$: **carré**

134 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 7 = 2 \times 36 - 7 = 72 - 7 = 65$

$B = (2 \times 6)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$

$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 3$: $n^2 + 7n = 3^2 + 7 \times 3 = 9 + 7 \times 3 = 9 + 21 = 30$

Pour $n = 0,5$: $n^2 + 7n = 0,5^2 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 3,5 = 3,75$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$3 \times 2 = 6$

a) **Il faut 6 carreaux le long d'un côté.**

6 rangées de 6 carreaux : $6^2 = 6 \times 6 = 36$

b) **Il faut 36 carreaux en tout.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 6 et 46. » $\rightarrow$ encore 39 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).