



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°393



CAPU0393

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8 + 45 \div 9 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = (8 + 24) \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$739 \text{ divisé par } 7 \quad 1\,682 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 324 par 8 ? Justifier.

$$(a) 324 = 8 \times 40 + 4 \quad (b) 324 = 8 \times 41 - 4 \quad (c) 324 = 8 \times 39 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 730					
4 599					
925					
231					
8 306					

2. Dans le nombre $9\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 5 est un diviseur de 55.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°393



CAPU0393

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 45 - 5 \times 5 \quad B = 17 + 16 \div 2 \times 4$$

$$C = (4 \times 3 - 5) \div 2 \quad D = [3 + 7 \times (7 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 3 - 7 - 4 = 9 \quad 6 \times 7 + 7 - 8 = 76$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 49 \times 31 - 49 \times 21 \quad F = 47 \times 101 \quad G = 2 \times 30 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 7 \times 7 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 5^2 = 10^2 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 85 ; 69 ; 49 ; 81 ; 148

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 2 \quad B = (5 \times 3)^2 - 2$$

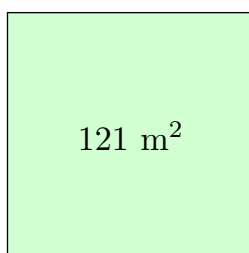
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 4$ et $B = (5a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 41.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°393



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8 + 45 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du quotient de 45 par 9.

$D = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$E = (8 + 24) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 8 et 24 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 105 = 735 \leq 739 < 742 = 7 \times 106$: le quotient est 105, le reste $739 - 735 = 4$.

$739 = 7 \times 105 + 4$, avec $4 < 7$.

$26 \times 64 = 1\,664 \leq 1\,682 < 1\,690 = 26 \times 65$: le quotient est 64, le reste $1\,682 - 1\,664 = 18$.

$1\,682 = 26 \times 64 + 18$, avec $18 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $324 = 8 \times 40 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $324 = 8 \times 41 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $324 = 8 \times 39 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 40, reste 4.

Comme $4 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 324 par 40 : quotient 8, reste 4.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 730	oui	non	oui	non	oui
4 599	non	oui	non	oui	non
925	non	non	oui	non	non
231	non	oui	non	non	non
8 306	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°393



CAPU0393

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,730 &\rightarrow 9 + 7 + 3 + 0 = 19 & 4\,599 &\rightarrow 4 + 5 + 9 + 9 = 27 & 925 &\rightarrow 9 + 2 + 5 = 16 \\ 231 &\rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 & 8\,306 &\rightarrow 8 + 3 + 0 + 6 = 17 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 0 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 900, 990.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 5 est un diviseur de 55. » **Vrai.** $55 = 5 \times 11$: le reste de la division de 55 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 45 - 5 \times 5 = 45 - 25 = 20$

$$B = 17 + 16 \div 2 \times 4 = 17 + 8 \times 4 = 17 + 32 = 49$$

$$C = (4 \times 3 - 5) \div 2 = (12 - 5) \div 2 = 7 \div 2 = 3,5$$

$$D = [3 + 7 \times (7 - 5)] \div 5 = [3 + 7 \times 2] \div 5 = [3 + 14] \div 5 = 17 \div 5 = 3,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 3 - (7 - 4) = 9 + 3 - 3 = 12 - 3 = 9$$

$$6 \times (7 + 7) - 8 = 6 \times 14 - 8 = 84 - 8 = 76$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 49 \times 31 - 49 \times 21 = 49 \times (31 - 21) = 49 \times 10 = 490$$

$$F = 47 \times 101 = 47 \times (100 + 1) = 47 \times 100 + 47 \times 1 = 4\,700 + 47 = 4\,747$$

$$G = 2 \times 30 \times 5 = 2 \times 5 \times 30 = 10 \times 30 = 300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2 \times 5^2 = 10^2$ » **Faux.** $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$, alors que $10^2 = 100$. Le carré ne porte que sur 5.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 69 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 69 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 148 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 148 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 2 = 5 \times 9 - 2 = 45 - 2 = 43$

$$B = (5 \times 3)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$$

$$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 4 = 5 \times 4^2 - 4 = 5 \times 16 - 4 = 80 - 4 = 76$$

$$B = (5a)^2 - 4 = (5 \times 4)^2 - 4 = 20^2 - 4 = 400 - 4 = 396$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$$4 \times 11 = 44$$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 41. » → encore 39 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 9. » → reste : 4, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 5. » → reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).