



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°394



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 2 et de 3.
- **B** est le carré de la somme de 2 et 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8 + 3 \times 9 \quad D = (7 + 28) \div 7 \quad E = 3 \times 2^2 - 20$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

997 divisé par 4 1 574 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 122 par 15 ? Justifier.

$$(a) 122 = 15 \times 8 + 2 \quad (b) 122 = 15 \times 9 - 13 \quad (c) 122 = 15 \times 7 + 17$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 230 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 230 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
725					
2 080					
5 661					
861					
8 002					

2. Dans le nombre $4\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 5 est un diviseur de 100.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°394



CAPU0394

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 75 - 4 \times 9 \quad B = 72 \div 8 \times 4$$

$$C = (4 \times 8 - 3) \div 2 \quad D = 5 \times [37 - (2 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 5 \times 6 + 8 = 190 \quad 8 + 5 - 8 + 4 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 54 + 7,8 + 46 \quad F = 31 \times 34 - 31 \times 24 \quad G = 21 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 2 + 2 + 2 \quad 3 \times 3 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 6 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 121 ; 17 ; 136 ; 16 ; 94

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 1 \quad B = (3 \times 4)^2 - 1$$

$$C = 2^2 + 6^2 \quad D = (2 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 4)^2$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 133 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 65.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

$B = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8 + 3 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 3 par 9.

$D = (7 + 28) \div 7$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 7 et 28 par 7.

$E = 3 \times 2^2 - 20$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 2 et 20.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 249 = 996 \leq 997 < 1\,000 = 4 \times 250$: le quotient est 249, le reste $997 - 996 = 1$.

$997 = 4 \times 249 + 1$, avec $1 < 4$.

$24 \times 65 = 1\,560 \leq 1\,574 < 1\,584 = 24 \times 66$: le quotient est 65, le reste $1\,574 - 1\,560 = 14$.

$1\,574 = 24 \times 65 + 14$, avec $14 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $122 = 15 \times 8 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $122 = 15 \times 9 - 13$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $122 = 15 \times 7 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 2.

Comme $2 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 122 par 8 : quotient 15, reste 2.

3. $230 = 7 \times 32 + 6$

a) 230 jours font 32 semaines complètes et 6 jours.

Après 32 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 6 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 230 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
725	non	non	oui	non	non
2 080	oui	non	oui	non	oui
5 661	non	oui	non	oui	non
861	non	oui	non	non	non
8 002	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°394



CAPU0394

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 725 &\rightarrow 7 + 2 + 5 = 14 & 2\,080 &\rightarrow 2 + 0 + 8 + 0 = 10 & 5\,661 &\rightarrow 5 + 6 + 6 + 1 = 18 \\ 861 &\rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 & 8\,002 &\rightarrow 8 + 0 + 0 + 2 = 10 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 9 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 5 : 18 ; \square = 8 : 21$$

3 solutions : 429, 459, 489.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 5 est un diviseur de 100. » **Vrai.** $100 = 5 \times 20$: le reste de la division de 100 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 75 - 4 \times 9 = 75 - 36 = 39$

$$B = 72 \div 8 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (4 \times 8 - 3) \div 2 = (32 - 3) \div 2 = 29 \div 2 = 14,5$$

$$D = 5 \times [37 - (2 + 2)] = 5 \times [37 - 4] = 5 \times 33 = 165$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (5 \times 6 + 8) = 5 \times (30 + 8) = 5 \times 38 = 190$$

$$8 + 5 - (8 + 4) = 8 + 5 - 12 = 13 - 12 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 54 + 7,8 + 46 = 54 + 46 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 31 \times 34 - 31 \times 24 = 31 \times (34 - 24) = 31 \times 10 = 310$$

$$G = 21 \times 11 = 21 \times (10 + 1) = 21 \times 10 + 21 \times 1 = 210 + 21 = 231$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 17 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 17 < 25 = 5^2)$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$136 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°394



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 1 = 3 \times 16 - 1 = 48 - 1 = 47$

$B = (3 \times 4)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$

$C = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$

$D = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 5$: $(a + 4)^2 = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$

Pour $a = 10$: $(a + 4)^2 = (10 + 4)^2 = 14^2 = 196$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 133 :

$11^2 = 121 \leq 133$ et $12^2 = 144 > 133$.

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$133 - 121 = 12$

b) Il lui restera 12 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 65. » $\rightarrow$ encore 63 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).