



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°395



CAPU0395

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 + 5^2 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = (13 + 7) \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

877 divisé par 8 844 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 322 par 12 ? Justifier.

$$(a) 322 = 12 \times 26 + 10 \quad (b) 322 = 12 \times 25 + 22 \quad (c) 322 = 12 \times 27 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 190 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
955					
417					
7 749					
4 980					
2 852					

2. Dans le nombre $9\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 202 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°395



CAPU0395

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 57 - 2 \times 4 \quad B = 6 \times 5 - 4 \times 2$$

$$C = (11 + 3) \times 3 - 18 \quad D = 5 \times [27 - (9 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 6 + 8 - 3 = 95 \quad 2 + 6 \times 4 + 8 = 40$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 99 \quad F = 37 \times 48 - 37 \times 38 \quad G = 4 \times 41 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 3 + 3 + 3 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

50 ; 49 ; 116 ; 72 ; 125 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 1 \quad B = (3 \times 3)^2 - 1$$

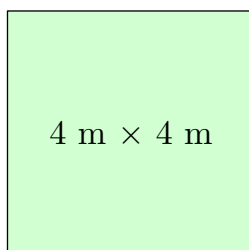
$$C = 1^2 + 2^2 \quad D = (1 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 10 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 5$? Pour $n = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 72 et 120.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°395



CAPU0395

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 5.

$D = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$E = (13 + 7) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 13 et 7 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 109 = 872 \leq 877 < 880 = 8 \times 110$: le quotient est 109, le reste $877 - 872 = 5$.

$877 = 8 \times 109 + 5$, avec $5 < 8$.

$20 \times 42 = 840 \leq 844 < 860 = 20 \times 43$: le quotient est 42, le reste $844 - 840 = 4$.

$844 = 20 \times 42 + 4$, avec $4 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $322 = 12 \times 26 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $322 = 12 \times 25 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $322 = 12 \times 27 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 26, reste 10.

Comme $10 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 322 par 26 : quotient 26, reste 10.

3. $190 = 15 \times 12 + 10$

En 12 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 10.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 10 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
955	non	non	oui	non	non
417	non	oui	non	non	non
7 749	non	oui	non	oui	non
4 980	oui	oui	oui	non	oui
2 852	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°395



CAPU0395

Sommes des chiffres :

$$955 \rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 \quad 417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \quad 7\,749 \rightarrow 7 + 7 + 4 + 9 = 27$$
$$4\,980 \rightarrow 4 + 9 + 8 + 0 = 21 \quad 2\,852 \rightarrow 2 + 8 + 5 + 2 = 17$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 1 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 18$$

Une seule solution : 981.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 202 est un multiple de 9. » **Faux.** $202 = 9 \times 22 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 57 - 2 \times 4 = 57 - 8 = 49$

$$B = 6 \times 5 - 4 \times 2 = 30 - 8 = 22$$

$$C = (11 + 3) \times 3 - 18 = 14 \times 3 - 18 = 42 - 18 = 24$$

$$D = 5 \times [27 - (9 + 4)] = 5 \times [27 - 13] = 5 \times 14 = 70$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (6 + 8) - 3 = 7 \times 14 - 3 = 98 - 3 = 95$$

$$(2 + 6) \times 4 + 8 = 8 \times 4 + 8 = 32 + 8 = 40$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 44 \times 100 - 44 \times 1 = 4\,400 - 44 = 4\,356$$

$$F = 37 \times 48 - 37 \times 38 = 37 \times (48 - 38) = 37 \times 10 = 370$$

$$G = 4 \times 41 \times 25 = 4 \times 25 \times 41 = 100 \times 41 = 4\,100$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (4 + 2)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2)$$

$$72 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2) \quad 116 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°395



CAPU0395

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 1 = 3 \times 9 - 1 = 27 - 1 = 26$

$$B = (3 \times 3)^2 - 1 = 9^2 - 1 = 81 - 1 = 80$$

$$C = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

$$D = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 10 = 5^2 + 10 = 25 + 10 = 35 \text{ et } 7n = 7 \times 5 = 35.$$

35 = 35 : l'égalité est vraie pour $n = 5$.

$$\text{Pour } n = 8 : n^2 + 10 = 8^2 + 10 = 64 + 10 = 74 \text{ et } 7n = 7 \times 8 = 56.$$

74 $\neq$ 56 : l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 5 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$4 \times 5 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux} : 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 72 et 120. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).