



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°396



CAPU0396

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 6 et du produit de 6 par 4.
- **B** est le produit de la somme de 6 et 6 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 6)^2 \quad D = (2 + 3)^3 \quad E = 1^2 + 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

657 divisé par 8 2 455 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 303 par 10 ? Justifier.

$$(a) 303 = 10 \times 30 + 3 \quad (b) 303 = 10 \times 31 - 7 \quad (c) 303 = 10 \times 29 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 870					
2 223					
861					
5 342					
605					

2. Dans le nombre $42\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 83 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°396



CAPU0396

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 68 - 6 \times 2 \quad B = 4 + 14 \div 2 \times 4$$

$$C = (9 \times 9 - 9) \div 2 \quad D = 6,6 + 5 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 6 \times 5 + 9 = 78 \quad 2 \times 8 - 3 + 6 = 16$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 18 \times 55 + 18 \times 45 \quad F = 24 \times 9 \quad G = 48 + 3,45 + 52$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 + 3 + 3 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 4 \times 6^2 = 24^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 57 ; 94 ; 49 ; 8 ; 88

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 2 \quad B = (2 \times 2)^2 - 2$$

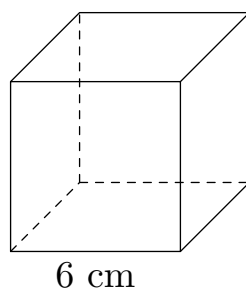
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 4$ et $B = (4x)^2 - 4$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 105 et 153.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°396



CAPU0396

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6 + 6 \times 4 = 6 + 24 = 30$

$B = (6 + 6) \times 4 = 12 \times 4 = 48$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = 1^2 + 9^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 82 = 656 \leq 657 < 664 = 8 \times 83$: le quotient est 82, le reste $657 - 656 = 1$.

$657 = 8 \times 82 + 1$, avec $1 < 8$.

$20 \times 122 = 2\,440 \leq 2\,455 < 2\,460 = 20 \times 123$: le quotient est 122, le reste $2\,455 - 2\,440 = 15$.

$2\,455 = 20 \times 122 + 15$, avec $15 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $303 = 10 \times 30 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $303 = 10 \times 31 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $303 = 10 \times 29 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 30, reste 3.

Comme $3 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 303 par 30 : quotient 10, reste 3.

3. $32 = 5 \times 6 + 2$, avec $2 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 6 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 870	oui	non	oui	non	oui
2 223	non	oui	non	oui	non
861	non	oui	non	non	non
5 342	oui	non	non	non	non
605	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°396



CAPU0396

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 2\,870 \rightarrow 2 + 8 + 7 + 0 = 17 & 2\,223 \rightarrow 2 + 2 + 2 + 3 = 9 & 861 \rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 \\ 5\,342 \rightarrow 5 + 3 + 4 + 2 = 14 & 605 \rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 2 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 420.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 48 est divisible par 3 ($48 = 3 \times 16$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 83 est un multiple de 3. » **Faux.** $83 = 3 \times 27 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 68 - 6 \times 2 = 68 - 12 = 56$

$$B = 4 + 14 \div 2 \times 4 = 4 + 7 \times 4 = 4 + 28 = 32$$

$$C = (9 \times 9 - 9) \div 2 = (81 - 9) \div 2 = 72 \div 2 = 36$$

$$D = 6,6 + 5 \times 0,5 = 6,6 + 2,5 = 9,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (6 \times 5 + 9) = 2 \times (30 + 9) = 2 \times 39 = 78$$

$$2 \times (8 - 3) + 6 = 2 \times 5 + 6 = 10 + 6 = 16$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 18 \times 55 + 18 \times 45 = 18 \times (55 + 45) = 18 \times 100 = 1\,800$$

$$F = 24 \times 9 = 24 \times (10 - 1) = 24 \times 10 - 24 \times 1 = 240 - 24 = 216$$

$$G = 48 + 3,45 + 52 = 48 + 52 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 4 \times 6^2 = 24^2 \text{ » Faux. } 4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144, \text{ alors que } 24^2 = 576. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 57 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 57 < 64 = 8^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°396



CAPU0396

88 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 88 < 100 = 10^2$) 94 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 2 = 2 \times 4 - 2 = 8 - 2 = 6$

$$B = (2 \times 2)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 4 = 4 \times 4^2 - 4 = 4 \times 16 - 4 = 64 - 4 = 60$$

$$B = (4x)^2 - 4 = (4 \times 4)^2 - 4 = 16^2 - 4 = 256 - 4 = 252$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 105 et 153. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).