



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°397



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 3 et 8 par 9.
- **B** est la somme de 3 et du produit de 8 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3 + 56 \div 7 \quad D = (7 + 9) \times 7 \quad E = 4 \times 9^2 - 15$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

422 divisé par 8 1 284 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 355 par 9 ? Justifier.

$$(a) 355 = 9 \times 38 + 13 \quad (b) 355 = 9 \times 39 + 4 \quad (c) 355 = 9 \times 40 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 262 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 262 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 240					
5 517					
381					
865					
4 504					

2. Dans le nombre $86\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 261 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°397



CAPU0397

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 62 - 3 \times 2 \quad B = 20 + 6 \div 3 \times 4$$

$$C = (2 + 9) \times 5 - 10 \quad D = [7 + 5 \times (9 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 5 - 7 - 4 = 17 \quad 4 \times 7 \times 9 - 9 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 \quad F = 2 \times 86 \times 50 \quad G = 29 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^2 = 8 \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 85 ; 86 ; 12 ; 121 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 8 \quad B = (2 \times 6)^2 - 8$$

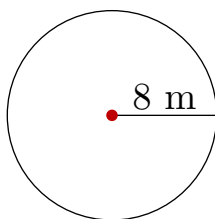
$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (2 + 1)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 5$ et $B = (2a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 8 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 11 et 65.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°397



CAPU0397

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 8) \times 9 = 11 \times 9 = 99$

$B = 3 + 8 \times 9 = 3 + 72 = 75$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 + 56 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 56 par 7.

$D = (7 + 9) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 9 par 7.

$E = 4 \times 9^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 9 et 15.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 52 = 416 \leq 422 < 424 = 8 \times 53$: le quotient est 52, le reste $422 - 416 = 6$.

$422 = 8 \times 52 + 6$, avec $6 < 8$.

$28 \times 45 = 1\,260 \leq 1\,284 < 1\,288 = 28 \times 46$: le quotient est 45, le reste $1\,284 - 1\,260 = 24$.

$1\,284 = 28 \times 45 + 24$, avec $24 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $355 = 9 \times 38 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $355 = 9 \times 39 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $355 = 9 \times 40 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 39, reste 4.

Comme $4 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 355 par 39 : quotient 9, reste 4.

3. $262 = 7 \times 37 + 3$

a) 262 jours font 37 semaines complètes et 3 jours.

Après 37 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 3 jours : vendredi → samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 262 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 240	oui	non	oui	non	oui
5 517	non	oui	non	oui	non
381	non	oui	non	non	non
865	non	non	oui	non	non
4 504	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°397



CAPU0397

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\,240 &\rightarrow 5 + 2 + 4 + 0 = 11 & 5\,517 &\rightarrow 5 + 5 + 1 + 7 = 18 & 381 &\rightarrow 3 + 8 + 1 = 12 \\ 865 &\rightarrow 8 + 6 + 5 = 19 & 4\,504 &\rightarrow 4 + 5 + 0 + 4 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 6 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 864.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 68 est pair mais $68 = 3 \times 22 + 2$.
« 261 est un multiple de 9. » **Vrai.** $261 = 9 \times 29$: le reste de la division de 261 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 62 - 3 \times 2 = 62 - 6 = 56$

$$B = 20 + 6 \div 3 \times 4 = 20 + 2 \times 4 = 20 + 8 = 28$$

$$C = (2 + 9) \times 5 - 10 = 11 \times 5 - 10 = 55 - 10 = 45$$

$$D = [7 + 5 \times (9 - 5)] \div 2 = [7 + 5 \times 4] \div 2 = [7 + 20] \div 2 = 27 \div 2 = 13,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 5 - (7 - 4) = 4 \times 5 - 3 = 20 - 3 = 17$$

$$4 \times 7 \times (9 - 9) = 4 \times 7 \times 0 = 28 \times 0 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 = 3,6 \times (0,4 + 0,6) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 2 \times 86 \times 50 = 2 \times 50 \times 86 = 100 \times 86 = 8\,600$$

$$G = 29 \times 9 = 29 \times (10 - 1) = 29 \times 10 - 29 \times 1 = 290 - 29 = 261$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $3 \times 3 = 3^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

« $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux.** $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$12 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 12 < 16 = 4^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2) \quad 86 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°397



CAPU0397

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 8 = 2 \times 36 - 8 = 72 - 8 = 64$

$$B = (2 \times 6)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

$$C = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

$$D = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 5 = 2 \times 5^2 - 5 = 2 \times 25 - 5 = 50 - 5 = 45$$

$$B = (2a)^2 - 5 = (2 \times 5)^2 - 5 = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 8^2 = \pi \times 64 = 64\pi$

a) L'aire exacte est $64\pi \text{ m}^2$.

$$64 \times 3,14 = 200,96$$

b) L'aire vaut environ 201 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 8^2$, et non $(\pi \times 8)^2$. On élève 8 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 11 et 65. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).