



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°398



CAPU0398

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 25 et le produit de 3 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 25 et 3 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (5 + 3)^2 \quad D = 3 \times (6 - 3) \quad E = 3 \times 5^2 - 13$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

662 divisé par 8 1 957 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 554 par 14 ? Justifier.

$$(a) 554 = 14 \times 38 + 22 \quad (b) 554 = 14 \times 39 + 8 \quad (c) 554 = 14 \times 40 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 271 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
245					
147					
9 260					
9 603					
8 672					

2. Dans le nombre $2\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 5 est un diviseur de 143.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°398



CAPU0398

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 15 + 5 \times 5 \quad B = 8 + 54 \div 6 \times 3$$

$$C = (3 + 3) \times 4 - 5 \quad D = [4 + 7 \times (11 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 4 + 4 - 4 = 60 \quad 9 \times 3 + 6 \times 4 = 132$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 75 \times 5 \quad F = 36 \times 68 - 36 \times 58 \quad G = 17 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 5^3 = 15 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

102 ; 25 ; 16 ; 58 ; 1 000 ; 39

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 8 \quad B = (3 \times 6)^2 - 8$$

$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 8 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 8$? Pour $n = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 128 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 298 et 362. Je suis le carré d'un nombre entier. Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°398



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 25 - 3 \times 5 = 25 - 15 = 10$

$B = (25 - 3) \times 5 = 22 \times 5 = 110$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 3.

$D = 3 \times (6 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 6 et 3.

$E = 3 \times 5^2 - 13$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 5 et 13.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 82 = 656 \leq 662 < 664 = 8 \times 83$: le quotient est 82, le reste $662 - 656 = 6$.

$662 = 8 \times 82 + 6$, avec $6 < 8$.

$11 \times 177 = 1\,947 \leq 1\,957 < 1\,958 = 11 \times 178$: le quotient est 177, le reste $1\,957 - 1\,947 = 10$.

$1\,957 = 11 \times 177 + 10$, avec $10 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $554 = 14 \times 38 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $554 = 14 \times 39 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $554 = 14 \times 40 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 39, reste 8.

Comme $8 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 554 par 39 : quotient 14, reste 8.

3. $271 = 30 \times 9 + 1$

En 9 soirs, elle lit 270 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut $9 + 1 = 10$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
245	non	non	oui	non	non
147	non	oui	non	non	non
9 260	oui	non	oui	non	oui
9 603	non	oui	non	oui	non
8 672	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°398



CAPU0398

Sommes des chiffres :

$$245 \rightarrow 2 + 4 + 5 = 11 \quad 147 \rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 \quad 9\,260 \rightarrow 9 + 2 + 6 + 0 = 17$$

$$9\,603 \rightarrow 9 + 6 + 0 + 3 = 18 \quad 8\,672 \rightarrow 8 + 6 + 7 + 2 = 23$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 6 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9; \square = 4 : 12; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 216, 246, 276.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 5 est un diviseur de 143. » **Faux.** $143 = 5 \times 28 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 15 + 5 \times 5 = 15 + 25 = 40$

$$B = 8 + 54 \div 6 \times 3 = 8 + 9 \times 3 = 8 + 27 = 35$$

$$C = (3 + 3) \times 4 - 5 = 6 \times 4 - 5 = 24 - 5 = 19$$

$$D = [4 + 7 \times (11 - 5)] \div 2 = [4 + 7 \times 6] \div 2 = [4 + 42] \div 2 = 46 \div 2 = 23$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (4 + 4) - 4 = 8 \times 8 - 4 = 64 - 4 = 60$$

$$(9 \times 3 + 6) \times 4 = (27 + 6) \times 4 = 33 \times 4 = 132$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 75 \times 5 = 2 \times 5 \times 75 = 10 \times 75 = 750$$

$$F = 36 \times 68 - 36 \times 58 = 36 \times (68 - 58) = 36 \times 10 = 360$$

$$G = 17 \times 99 = 17 \times (100 - 1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\,700 - 17 = 1\,683$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2) \quad 58 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2)$$

$$102 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 8 = 3 \times 36 - 8 = 108 - 8 = 100$

$B = (3 \times 6)^2 - 8 = 18^2 - 8 = 324 - 8 = 316$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 8$: $n^2 + 8 = 8^2 + 8 = 64 + 8 = 72$ et $6n = 6 \times 8 = 48$.

$72 \neq 48$: l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Pour $n = 2$: $n^2 + 8 = 2^2 + 8 = 4 + 8 = 12$ et $6n = 6 \times 2 = 12$.

$12 = 12$: l'égalité est vraie pour $n = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 2 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 128 :

$11^2 = 121 \leq 128$ et $12^2 = 144 > 128$.

a) Elle mettra 11 dalles sur chaque côté.

$128 - 121 = 7$

b) Il lui restera 7 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 298 et 362. » $\rightarrow$ encore 63 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 324, 361.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 324.

Le nombre mystère est 324 ($324 = 18^2$).