



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°399



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 4 et 2 par 5.
- **B** est la somme de 4 et du produit de 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (23 + 13) \div 4 \quad D = (7 + 5)^2 \quad E = 1^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

412 divisé par 3 1 666 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 517 par 14 ? Justifier.

$$(a) 517 = 14 \times 35 + 27 \quad (b) 517 = 14 \times 37 - 1 \quad (c) 517 = 14 \times 36 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 375 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 375 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 280					
417					
8 001					
265					
1 094					

2. Dans le nombre $67\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 8 est un diviseur de 216.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°399



CAPU0399

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 48 - 12 + 12 \quad B = 7 \times 4 - 2 \times 4$$

$$C = 95 - 2 \times (19 - 9) \quad D = 3 \times [29 - (9 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 3 \times 6 - 6 = 4 \quad 4 \times 9 + 9 + 2 = 74$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 32 \times 9 \quad F = 8 \times 91 \times 125 \quad G = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 5 \times 5 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^2 = 10 \quad 1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 65 ; 100 ; 144 ; 115 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 9 \quad B = (2 \times 6)^2 - 9$$

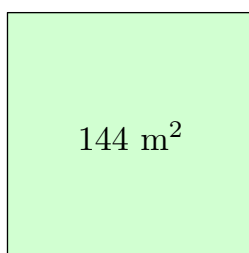
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 3 = 4x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 7$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 15 et 32.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 2) \times 5 = 6 \times 5 = 30$

$B = 4 + 2 \times 5 = 4 + 10 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (23 + 13) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 23 et 13 par 4.

$D = (7 + 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 5.

$E = 1^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 137 = 411 \leq 412 < 414 = 3 \times 138$: le quotient est 137, le reste $412 - 411 = 1$.

$412 = 3 \times 137 + 1$, avec $1 < 3$.

$24 \times 69 = 1\,656 \leq 1\,666 < 1\,680 = 24 \times 70$: le quotient est 69, le reste $1\,666 - 1\,656 = 10$.

$1\,666 = 24 \times 69 + 10$, avec $10 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $517 = 14 \times 35 + 27$: le « reste » 27 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $517 = 14 \times 37 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $517 = 14 \times 36 + 13$: le reste 13 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 36, reste 13.

Comme $13 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 517 par 36 : quotient 14, reste 13.

3. $375 = 7 \times 53 + 4$

a) 375 jours font 53 semaines complètes et 4 jours.

Après 53 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 4 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 375 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 280	oui	oui	oui	oui	oui
417	non	oui	non	non	non
8 001	non	oui	non	oui	non
265	non	non	oui	non	non
1 094	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°399



CAPU0399

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,280 &\rightarrow 8 + 2 + 8 + 0 = 18 & 417 &\rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 & 8\,001 &\rightarrow 8 + 0 + 0 + 1 = 9 \\ 265 &\rightarrow 2 + 6 + 5 = 13 & 1\,094 &\rightarrow 1 + 0 + 9 + 4 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 7 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 675.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 96 est divisible par 3 ($96 = 3 \times 32$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 8 est un diviseur de 216. » **Vrai.** $216 = 8 \times 27$: le reste de la division de 216 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 48 - 12 + 12 = 36 + 12 = 48$

$$B = 7 \times 4 - 2 \times 4 = 28 - 8 = 20$$

$$C = 95 - 2 \times (19 - 9) = 95 - 2 \times 10 = 95 - 20 = 75$$

$$D = 3 \times [29 - (9 + 6)] = 3 \times [29 - 15] = 3 \times 14 = 42$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 + 3 \times (6 - 6) = 4 + 3 \times 0 = 4 + 0 = 4$$

$$4 \times (9 + 9) + 2 = 4 \times 18 + 2 = 72 + 2 = 74$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 32 \times 9 = 32 \times (10 - 1) = 32 \times 10 - 32 \times 1 = 320 - 32 = 288$$

$$F = 8 \times 91 \times 125 = 8 \times 125 \times 91 = 1\,000 \times 91 = 91\,000$$

$$G = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $5^2 = 10$ » **Faux.** $5^2 = 5 \times 5 = 25$. L'exposant ne multiplie pas : $5 \times 2 = 10$, c'est le double.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$65 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°399



115 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 9 = 2 \times 36 - 9 = 72 - 9 = 63$

$B = (2 \times 6)^2 - 9 = 12^2 - 9 = 144 - 9 = 135$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 3 = 1^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ et $4x = 4 \times 1 = 4$.

$4 = 4$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 7$: $x^2 + 3 = 7^2 + 3 = 49 + 3 = 52$ et $4x = 4 \times 7 = 28$.

$52 \neq 28$: l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 1 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$4 \times 12 = 48$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 15 et 32. » $\rightarrow$ encore 16 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).