



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°4



CAPU0004

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 3 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 3 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 \times 4^2 - 4 \quad \mathbf{D} = 6 \times (6 - 5) \quad \mathbf{E} = 8 + 36 \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

417 divisé par 4 1 825 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 209 par 7 ? Justifier.

$$(a) 209 = 7 \times 30 - 1 \quad (b) 209 = 7 \times 29 + 6 \quad (c) 209 = 7 \times 28 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 161 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- a) Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
b) Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
355					
471					
2 590					
6 266					
1 701					

2. Dans le nombre $43\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 6 est un diviseur de 156.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°4



CAPU0004

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 8 \times 5 \quad B = 5 \times 2 - 2 \times 4$$

$$C = 65 - 3 \times (13 - 8) \quad D = 3,6 + 2 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 2 \times 5 - 4 = 10 \quad 9 \times 2 \times 3 + 2 = 90$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 \quad F = 2 \times 24 \times 50 \quad G = 48 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

123 ; 25 ; 16 ; 116 ; 125 ; 60

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 3 \quad B = (3 \times 4)^2 - 3$$

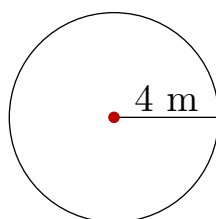
$$C = 2^2 + 6^2 \quad D = (2 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 7)^2$ pour $x = 6$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 28.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$

$B = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 4^2 - 4$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 4 et 4.

$D = 6 \times (6 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 6 et 5.

$E = 8 + 36 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du quotient de 36 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 104 = 416 \leq 417 < 420 = 4 \times 105$: le quotient est 104, le reste $417 - 416 = 1$.

$417 = 4 \times 104 + 1$, avec $1 < 4$.

$20 \times 91 = 1\,820 \leq 1\,825 < 1\,840 = 20 \times 92$: le quotient est 91, le reste $1\,825 - 1\,820 = 5$.

$1\,825 = 20 \times 91 + 5$, avec $5 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $209 = 7 \times 30 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $209 = 7 \times 29 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $209 = 7 \times 28 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 29, reste 6.

Comme $6 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 209 par 29 : quotient 7, reste 6.

3. $161 = 6 \times 26 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 26 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
355	non	non	oui	non	non
471	non	oui	non	non	non
2 590	oui	non	oui	non	oui
6 266	oui	non	non	non	non
1 701	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°4



CAPU0004

Sommes des chiffres :

$$355 \rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 \quad 471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 \quad 2\,590 \rightarrow 2 + 5 + 9 + 0 = 16$$

$$6\,266 \rightarrow 6 + 2 + 6 + 6 = 20 \quad 1\,701 \rightarrow 1 + 7 + 0 + 1 = 9$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 3 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 435.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 6 est un diviseur de 156. » **Vrai.** $156 = 6 \times 26$: le reste de la division de 156 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 8 \times 5 = 22 + 40 = 62$

$$B = 5 \times 2 - 2 \times 4 = 10 - 8 = 2$$

$$C = 65 - 3 \times (13 - 8) = 65 - 3 \times 5 = 65 - 15 = 50$$

$$D = 3,6 + 2 \times 2,5 = 3,6 + 5 = 8,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times 2 \times (5 - 4) = 5 \times 2 \times 1 = 10 \times 1 = 10$$

$$9 \times 2 \times (3 + 2) = 9 \times 2 \times 5 = 18 \times 5 = 90$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 = 4,5 \times (0,7 + 0,3) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 2 \times 24 \times 50 = 2 \times 50 \times 24 = 100 \times 24 = 2\,400$$

$$G = 48 \times 99 = 48 \times (100 - 1) = 48 \times 100 - 48 \times 1 = 4\,800 - 48 = 4\,752$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $11 \times 11 = 11^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } (5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (5 + 4)^2 = 9^2 = 81, \text{ alors que } 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41.$$

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2) \quad 116 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°4



CAPU0004

123 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2$) $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 3 = 3 \times 16 - 3 = 48 - 3 = 45$

$$B = (3 \times 4)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$$

$$C = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$$

$$D = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 6$: $(x + 7)^2 = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$

Pour $x = 10$: $(x + 7)^2 = (10 + 7)^2 = 17^2 = 289$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) **L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.**

$$16 \times 3,14 = 50,24$$

b) **L'aire vaut environ 50 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 28. » $\rightarrow$ encore 26 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).