



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°40



CAPU0040

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 11 et 3 par 2.
- **B** est la différence entre 11 et le produit de 3 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 - 15 \quad D = (2 \times 5)^2 \quad E = 3 \times (9 - 8)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

942 divisé par 9 1 675 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 158 par 9 ? Justifier.

$$(a) 158 = 9 \times 18 - 4 \quad (b) 158 = 9 \times 16 + 14 \quad (c) 158 = 9 \times 17 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 110 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 110 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
201					
9 459					
275					
3 614					
7 850					

2. Dans le nombre $6\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 49.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°40



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 67 - 5 \times 6 \quad B = 5 \times 2 - 5 \times 2$$

$$C = (12 + 4) \times 4 - 2 \quad D = 6,7 + 5 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 2 + 7 + 6 = 51 \quad 6 + 2 + 6 \times 3 = 42$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 \quad F = 45 \times 99 \quad G = 5 \times 73 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 3 \times 3 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 0^2 = 0 \quad (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 144 ; 120 ; 64 ; 100 ; 102

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 1 \quad B = (3 \times 6)^2 - 1$$

$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 114 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 47. Je suis le cube d'un nombre entier. Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°40



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (11 - 3) \times 2 = 8 \times 2 = 16$

$B = 11 - 3 \times 2 = 11 - 6 = 5$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 15.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 3 \times (9 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 9 et 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 104 = 936 \leq 942 < 945 = 9 \times 105$: le quotient est 104, le reste $942 - 936 = 6$.

$942 = 9 \times 104 + 6$, avec $6 < 9$.

$21 \times 79 = 1\,659 \leq 1\,675 < 1\,680 = 21 \times 80$: le quotient est 79, le reste $1\,675 - 1\,659 = 16$.

$1\,675 = 21 \times 79 + 16$, avec $16 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $158 = 9 \times 18 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $158 = 9 \times 16 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $158 = 9 \times 17 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 17, reste 5.

Comme $5 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 158 par 17 : quotient 9, reste 5.

3. $110 = 7 \times 15 + 5$

a) 110 jours font 15 semaines complètes et 5 jours.

Après 15 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 5 jours : jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 110 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
201	non	oui	non	non	non
9 459	non	oui	non	oui	non
275	non	non	oui	non	non
3 614	oui	non	non	non	non
7 850	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°40



CAPU0040

Sommes des chiffres :

$$201 \rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 \quad 9\,459 \rightarrow 9 + 4 + 5 + 9 = 27 \quad 275 \rightarrow 2 + 7 + 5 = 14$$
$$3\,614 \rightarrow 3 + 6 + 1 + 4 = 14 \quad 7\,850 \rightarrow 7 + 8 + 5 + 0 = 20$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 2 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 612.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 42 est divisible par 3 ($42 = 3 \times 14$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 49. » **Faux.** $49 = 4 \times 12 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 67 - 5 \times 6 = 67 - 30 = 37$

$$B = 5 \times 2 - 5 \times 2 = 10 - 10 = 0$$

$$C = (12 + 4) \times 4 - 2 = 16 \times 4 - 2 = 64 - 2 = 62$$

$$D = 6,7 + 5 \times 2,5 = 6,7 + 12,5 = 19,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (2 + 7) + 6 = 5 \times 9 + 6 = 45 + 6 = 51$$

$$(6 + 2 + 6) \times 3 = (8 + 6) \times 3 = 14 \times 3 = 42$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

$$F = 45 \times 99 = 45 \times (100 - 1) = 45 \times 100 - 45 \times 1 = 4\,500 - 45 = 4\,455$$

$$G = 5 \times 73 \times 20 = 5 \times 20 \times 73 = 100 \times 73 = 7\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (4 + 5)^2 = 9^2 = 81, \text{ alors que } 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$102 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2) \quad 120 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2)$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 1 = 3 \times 36 - 1 = 108 - 1 = 107$

$B = (3 \times 6)^2 - 1 = 18^2 - 1 = 324 - 1 = 323$

$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 3$: $2n^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$

Pour $n = 10$: $2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 114 :

$10^2 = 100 \leq 114$ et $11^2 = 121 > 114$.

a) Elle mettra 10 dalles sur chaque côté.

$114 - 100 = 14$

b) Il lui restera 14 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 47. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).