



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°41



CAPU0041

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 15 et le produit de 3 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 15 et 3 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (9 + 4) \times 4 \quad D = 34 - 7 \times 4 \quad E = 3 + 2 \times 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$388 \text{ divisé par } 9 \quad 597 \text{ divisé par } 17$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 421 par 11 ? Justifier.

$$(a) 421 = 11 \times 37 + 14 \quad (b) 421 = 11 \times 38 + 3 \quad (c) 421 = 11 \times 39 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 34 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
771					
9 081					
7 222					
325					
4 960					

2. Dans le nombre $9\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 64.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°41



CAPU0041

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 19 + 4 \times 9 \quad B = 3 \times 5 - 5 \times 2$$

$$C = 88 - 3 \times (18 - 9) \quad D = 6,5 + 4 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 8 - 5 \times 3 = 54 \quad 6 + 8 \times 9 - 5 = 38$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 \quad F = 23 \times 101 \quad G = 33 + 0,75 + 67$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 9 + 9 + 9 \quad 6 \times 6 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 7^2 = 14 \quad (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

73 ; 79 ; 1 000 ; 36 ; 16 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 2 \quad B = (3 \times 5)^2 - 2$$

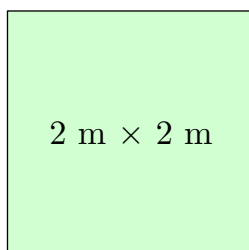
$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (5 + 7)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 64.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 15 - 3 \times 4 = 15 - 12 = 3$

$$B = (15 - 3) \times 4 = 12 \times 4 = 48$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (9 + 4) \times 4$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 4 par 4.

$$D = 34 - 7 \times 4$$
 est une **différence** : c'est la différence entre 34 et le produit de 7 par 4.

$$E = 3 + 2 \times 8$$
 est une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 2 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 43 = 387 \leq 388 < 396 = 9 \times 44$: le quotient est 43, le reste $388 - 387 = 1$.

$$388 = 9 \times 43 + 1, \text{ avec } 1 < 9.$$

$$17 \times 35 = 595 \leq 597 < 612 = 17 \times 36$$
 : le quotient est 35, le reste $597 - 595 = 2$.

$$597 = 17 \times 35 + 2, \text{ avec } 2 < 17.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $421 = 11 \times 37 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $421 = 11 \times 38 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $421 = 11 \times 39 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 38, reste 3.

Comme $3 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 421 par 38 : quotient 11, reste 3.

3. $34 = 8 \times 4 + 2$

4 minibus pleins transportent 32 élèves ; il en reste 2 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 2 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°41



CAPU0041

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
771	non	oui	non	non	non
9 081	non	oui	non	oui	non
7 222	oui	non	non	non	non
325	non	non	oui	non	non
4 960	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$771 \rightarrow 7 + 7 + 1 = 15 \quad 9\,081 \rightarrow 9 + 0 + 8 + 1 = 18 \quad 7\,222 \rightarrow 7 + 2 + 2 + 2 = 13$$

$$325 \rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \quad 4\,960 \rightarrow 4 + 9 + 6 + 0 = 19$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 2 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 7 : 18$$

Une seule solution : 972.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 15 est divisible par 3 ($15 = 3 \times 5$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 64. » **Vrai.** $64 = 4 \times 16$: le reste de la division de 64 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 19 + 4 \times 9 = 19 + 36 = 55$

$$B = 3 \times 5 - 5 \times 2 = 15 - 10 = 5$$

$$C = 88 - 3 \times (18 - 9) = 88 - 3 \times 9 = 88 - 27 = 61$$

$$D = 6,5 + 4 \times 0,5 = 6,5 + 2 = 8,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (8 - 5) \times 3 = 6 \times 3 \times 3 = 18 \times 3 = 54$$

$$6 + 8 \times (9 - 5) = 6 + 8 \times 4 = 6 + 32 = 38$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

$$F = 23 \times 101 = 23 \times (100 + 1) = 23 \times 100 + 23 \times 1 = 2\,300 + 23 = 2\,323$$

$$G = 33 + 0,75 + 67 = 33 + 67 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°41



CAPU0041

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $6 \times 6 = 6^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $7^2 = 14$ » **Faux**. $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

« $(4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2$ » **Faux**. $(4 + 5)^2 = 9^2 = 81$, alors que $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** $36 = 6^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 73 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2$)

79 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 2 = 3 \times 25 - 2 = 75 - 2 = 73$

$B = (3 \times 5)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$

$C = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

$D = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 2 = 1^2 + 2 = 1 + 2 = 3$ et $3x = 3 \times 1 = 3$.

3 = 3 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 5$: $x^2 + 2 = 5^2 + 2 = 25 + 2 = 27$ et $3x = 3 \times 5 = 15$.

27 $\neq$ 15 : l'égalité est fausse pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 1 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$2 \times 5 = 10$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

10 rangées de 10 carreaux : $10^2 = 10 \times 10 = 100$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 64. » $\rightarrow$ encore 62 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).