



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°42



CAPU0042

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 2 et 6 par 5.
- **B** est la somme de 2 et du produit de 6 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times (21 - 12) \quad \mathbf{D} = 5 \times 5^2 - 15 \quad \mathbf{E} = (3 + 9) \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$532 \text{ divisé par } 8 \quad 1\,438 \text{ divisé par } 21$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 175 par 8 ? Justifier.

$$(a) 175 = 8 \times 22 - 1 \quad (b) 175 = 8 \times 21 + 7 \quad (c) 175 = 8 \times 20 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 58 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605					
3 340					
267					
7 227					
7 916					

2. Dans le nombre $94\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 189.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°42



CAPU0042

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 - 13 + 13 \quad B = 5 \times 4 - 4 \times 3$$

$$C = (9 \times 7 - 1) \div 5 \quad D = 8,1 + 2 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 5 \times 2 + 3 = 65 \quad 3 \times 2 + 7 - 3 = 18$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 49 \times 21 - 49 \times 11 \quad F = 8 \times 21 \times 125 \quad G = 31 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 9 + 9 + 9 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 5^2 = 10 \quad (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

56 ; 118 ; 49 ; 25 ; 45 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 6 \quad B = (2 \times 2)^2 - 6$$

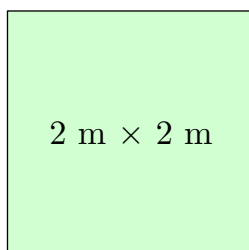
$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $8a^2$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 41 et 84.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 6) \times 5 = 8 \times 5 = 40$

$B = 2 + 6 \times 5 = 2 + 30 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (21 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 21 et 12.

$D = 5 \times 5^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 5 et 15.

$E = (3 + 9) \div 6$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 9 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 66 = 528 \leq 532 < 536 = 8 \times 67$: le quotient est 66, le reste $532 - 528 = 4$.

$532 = 8 \times 66 + 4$, avec $4 < 8$.

$21 \times 68 = 1\,428 \leq 1\,438 < 1\,449 = 21 \times 69$: le quotient est 68, le reste $1\,438 - 1\,428 = 10$.

$1\,438 = 21 \times 68 + 10$, avec $10 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $175 = 8 \times 22 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $175 = 8 \times 21 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $175 = 8 \times 20 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 21, reste 7.

Comme $7 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 175 par 21 : quotient 8, reste 7.

3. $58 = 15 \times 3 + 13$

3 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 13 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 13 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605	non	non	oui	non	non
3 340	oui	non	oui	non	oui
267	non	oui	non	non	non
7 227	non	oui	non	oui	non
7 916	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$605 \rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 \quad 3\,340 \rightarrow 3 + 3 + 4 + 0 = 10 \quad 267 \rightarrow 2 + 6 + 7 = 15$$

$$7\,227 \rightarrow 7 + 2 + 2 + 7 = 18 \quad 7\,916 \rightarrow 7 + 9 + 1 + 6 = 23$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $9 + 4 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 945.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 44 est pair mais $44 = 3 \times 14 + 2$.

« 9 est un diviseur de 189. » **Vrai**. $189 = 9 \times 21$: le reste de la division de 189 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 - 13 + 13 = 7 + 13 = 20$

$$B = 5 \times 4 - 4 \times 3 = 20 - 12 = 8$$

$$C = (9 \times 7 - 1) \div 5 = (63 - 1) \div 5 = 62 \div 5 = 12,4$$

$$D = 8,1 + 2 \times 2,5 = 8,1 + 5 = 13,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (5 \times 2 + 3) = 5 \times (10 + 3) = 5 \times 13 = 65$$

$$3 \times (2 + 7 - 3) = 3 \times (9 - 3) = 3 \times 6 = 18$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 49 \times 21 - 49 \times 11 = 49 \times (21 - 11) = 49 \times 10 = 490$$

$$F = 8 \times 21 \times 125 = 8 \times 125 \times 21 = 1\,000 \times 21 = 21\,000$$

$$G = 31 \times 101 = 31 \times (100 + 1) = 31 \times 100 + 31 \times 1 = 3\,100 + 31 = 3\,131$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $5^2 = 10$ » **Faux.** $5^2 = 5 \times 5 = 25$. L'exposant ne multiplie pas : $5 \times 2 = 10$, c'est le double.

« $(4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2$ » **Faux.** $(4 + 1)^2 = 5^2 = 25$, alors que $4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

45 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 45 < 49 = 7^2$) $49 = 7^2$: **carré**

56 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2$) 118 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 6 = 2 \times 4 - 6 = 8 - 6 = 2$

$B = (2 \times 2)^2 - 6 = 4^2 - 6 = 16 - 6 = 10$

$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$

$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 5$: $8a^2 = 8 \times 5^2 = 8 \times 25 = 200$

Pour $a = 10$: $8a^2 = 8 \times 10^2 = 8 \times 100 = 800$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$2 \times 2 = 4$

a) Il faut 4 carreaux le long d'un côté.

4 rangées de 4 carreaux : $4^2 = 4 \times 4 = 16$

b) Il faut 16 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 41 et 84. » $\rightarrow$ encore 42 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).