



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°43



CAPU0043

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 6 et du produit de 4 par 9.
- **B** est le produit de la somme de 6 et 4 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 6^2 \quad D = 3 \times 2^2 - 4 \quad E = 6 + 24 \div 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$954 \text{ divisé par } 7 \quad 827 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 485 par 12 ? Justifier.

$$(a) 485 = 12 \times 39 + 17 \quad (b) 485 = 12 \times 40 + 5 \quad (c) 485 = 12 \times 41 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 66 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
185					
897					
3 069					
8 110					
3 524					

2. Dans le nombre $12\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 189 est un multiple de 9.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 49 - 15 + 7 \quad B = 3 \times 2 - 2 \times 3$$

$$C = (6 \times 4 - 7) \div 4 \quad D = [8 + 7 \times (9 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 5 + 2 + 3 = 40 \quad 3 \times 7 + 7 \times 6 = 168$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 49 + 7,8 + 51 \quad F = 23 \times 101 \quad G = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 100 ; 1 000 ; 88 ; 134 ; 150

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 3 \quad B = (2 \times 3)^2 - 3$$

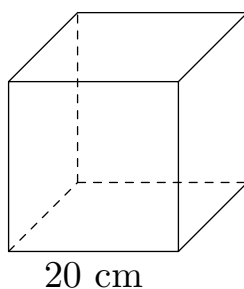
$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 3$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 31 et 86.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6 + 4 \times 9 = 6 + 36 = 42$

$B = (6 + 4) \times 9 = 10 \times 9 = 90$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

$D = 3 \times 2^2 - 4$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 2 et 4.

$E = 6 + 24 \div 3$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du quotient de 24 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 136 = 952 \leq 954 < 959 = 7 \times 137$: le quotient est 136, le reste $954 - 952 = 2$.

$954 = 7 \times 136 + 2$, avec $2 < 7$.

$26 \times 31 = 806 \leq 827 < 832 = 26 \times 32$: le quotient est 31, le reste $827 - 806 = 21$.

$827 = 26 \times 31 + 21$, avec $21 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $485 = 12 \times 39 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $485 = 12 \times 40 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $485 = 12 \times 41 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 5.

Comme $5 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 485 par 40 : quotient 12, reste 5.

3. $66 = 12 \times 5 + 6$

En 5 soirs, elle lit 60 pages ; il lui en reste encore 6.

a) Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 6 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
185	non	non	oui	non	non
897	non	oui	non	non	non
3 069	non	oui	non	oui	non
8 110	oui	non	oui	non	oui
3 524	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°43



CAPU0043

Sommes des chiffres :

$$185 \rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 \quad 897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \quad 3\,069 \rightarrow 3 + 0 + 6 + 9 = 18$$
$$8\,110 \rightarrow 8 + 1 + 1 + 0 = 10 \quad 3\,524 \rightarrow 3 + 5 + 2 + 4 = 14$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 2 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3$$

Une seule solution : 120.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 117, somme des chiffres 9.

« 189 est un multiple de 9. » **Vrai.** $189 = 9 \times 21$: le reste de la division de 189 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 49 - 15 + 7 = 34 + 7 = 41$

$$B = 3 \times 2 - 2 \times 3 = 6 - 6 = 0$$

$$C = (6 \times 4 - 7) \div 4 = (24 - 7) \div 4 = 17 \div 4 = 4,25$$

$$D = [8 + 7 \times (9 - 3)] \div 2 = [8 + 7 \times 6] \div 2 = [8 + 42] \div 2 = 50 \div 2 = 25$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (5 + 2 + 3) = 4 \times (7 + 3) = 4 \times 10 = 40$$

$$(3 \times 7 + 7) \times 6 = (21 + 7) \times 6 = 28 \times 6 = 168$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 49 + 7,8 + 51 = 49 + 51 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 23 \times 101 = 23 \times (100 + 1) = 23 \times 100 + 23 \times 1 = 2\,300 + 23 = 2\,323$$

$$G = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 = 2,7 \times (0,7 + 0,3) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $6 \times 6 = 6^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $(3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2$ » **Faux.** $(3 + 2)^2 = 5^2 = 25$, alors que $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 88 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (9^2 = 81 < 88 < 100 = 10^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 134 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°43



CAPU0043

150 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2$) 1 000 = 10^3 : **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 3 = 2 \times 9 - 3 = 18 - 3 = 15$

$$B = (2 \times 3)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 3$: $2a^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$

Pour $a = 10$: $2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) **Le volume est de 8 000 cm³.**

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) **L'aquarium contient 8 litres.**

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 31 et 86. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64, 81.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).