



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°44



CAPU0044

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 13 et 3 par 2.
- **B** est la différence entre 13 et le produit de 3 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = (6 + 7)^2 \quad E = 4 + 49 \div 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

961 divisé par 5 951 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 281 par 7 ? Justifier.

$$(a) 281 = 7 \times 39 + 8 \quad (b) 281 = 7 \times 40 + 1 \quad (c) 281 = 7 \times 41 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 85 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 85 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 971					
741					
5 950					
2 218					
425					

2. Dans le nombre $24\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 198 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°44



CAPU0044

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 71 - 2 \times 6 \quad B = 4 \times 9 - 4 \times 3$$

$$C = (11 + 7) \times 6 - 5 \quad D = 6,8 + 3 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 4 + 4 + 5 = 45 \quad 4 \times 3 \times 7 - 7 = 56$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 \quad F = 75 + 0,75 + 25 \quad G = 17 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 4^2 = 12^2 \quad 1^3 = 1 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 134 ; 25 ; 64 ; 130 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 2 \quad B = (5 \times 5)^2 - 2$$

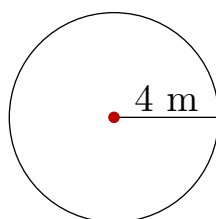
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 8$ et $B = (4a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 43.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (13 - 3) \times 2 = 10 \times 2 = 20$

$B = 13 - 3 \times 2 = 13 - 6 = 7$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$D = (6 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 7.

$E = 4 + 49 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du quotient de 49 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 192 = 960 \leq 961 < 965 = 5 \times 193$: le quotient est 192, le reste $961 - 960 = 1$.

$961 = 5 \times 192 + 1$, avec $1 < 5$.

$20 \times 47 = 940 \leq 951 < 960 = 20 \times 48$: le quotient est 47, le reste $951 - 940 = 11$.

$951 = 20 \times 47 + 11$, avec $11 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $281 = 7 \times 39 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $281 = 7 \times 40 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $281 = 7 \times 41 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 1.

Comme $1 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 281 par 40 : quotient 7, reste 1.

3. $85 = 7 \times 12 + 1$

a) 85 jours font 12 semaines complètes et 1 jour.

Après 12 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 1 jour : mercredi → jeudi.

b) Dans 85 jours, nous serons jeudi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 971	non	oui	non	oui	non
741	non	oui	non	non	non
5 950	oui	non	oui	non	oui
2 218	oui	non	non	non	non
425	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°44



CAPU0044

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 1\ 971 \rightarrow 1 + 9 + 7 + 1 = 18 & 741 \rightarrow 7 + 4 + 1 = 12 & 5\ 950 \rightarrow 5 + 9 + 5 + 0 = 19 \\ 2\ 218 \rightarrow 2 + 2 + 1 + 8 = 13 & 425 \rightarrow 4 + 2 + 5 = 11 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 4 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 240.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.
« 198 est un multiple de 9. » **Vrai.** $198 = 9 \times 22$: le reste de la division de 198 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 71 - 2 \times 6 = 71 - 12 = 59$

$$B = 4 \times 9 - 4 \times 3 = 36 - 12 = 24$$

$$C = (11 + 7) \times 6 - 5 = 18 \times 6 - 5 = 108 - 5 = 103$$

$$D = 6,8 + 3 \times 0,5 = 6,8 + 1,5 = 8,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (4 + 4) + 5 = 5 \times 8 + 5 = 40 + 5 = 45$$

$$4 \times (3 \times 7 - 7) = 4 \times (21 - 7) = 4 \times 14 = 56$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 75 + 0,75 + 25 = 75 + 25 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 17 \times 9 = 17 \times (10 - 1) = 17 \times 10 - 17 \times 1 = 170 - 17 = 153$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $3 \times 3 = 3^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $3 \times 4^2 = 12^2$ » **Faux.** $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 4.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 130 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 130 < 144 = 12^2)$$

$$134 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 2 = 5 \times 25 - 2 = 125 - 2 = 123$

$$B = (5 \times 5)^2 - 2 = 25^2 - 2 = 625 - 2 = 623$$

$$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 8 = 4 \times 3^2 - 8 = 4 \times 9 - 8 = 36 - 8 = 28$$

$$B = (4a)^2 - 8 = (4 \times 3)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.

$$16 \times 3,14 = 50,24$$

b) L'aire vaut environ 50 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 43. » $\rightarrow$ encore 33 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).