



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°45



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (7 + 6)^2 \quad D = 1^2 + 2^2 \quad E = 6^2 - 18$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

854 divisé par 9 1 164 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 154 par 12 ? Justifier.

$$(a) 154 = 12 \times 13 - 2 \quad (b) 154 = 12 \times 12 + 10 \quad (c) 154 = 12 \times 11 + 22$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 36 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627					
745					
7 947					
5 726					
9 900					

2. Dans le nombre $5\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 126 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°45



CAPU0045

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 63 - 6 \times 6 \quad B = 9 \times 5 - 4 \times 4$$

$$C = (12 + 12) \times 6 - 9 \quad D = 1,3 + 2 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 2 - 8 \times 2 = 16 \quad 5 + 5 + 5 \times 2 = 25$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 19 + 26 \times 81 \quad F = 28 \times 9 \quad G = 2 \times 29 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 12 \times 12 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 93 ; 27 ; 64 ; 121 ; 44

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 2 \quad B = (3 \times 3)^2 - 2$$

$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 113 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 90 et 137. Je suis le carré d'un nombre entier. Mon chiffre des unités est 0.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 6.

$D = 1^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 2.

$E = 6^2 - 18$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 18.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 94 = 846 \leq 854 < 855 = 9 \times 95$: le quotient est 94, le reste $854 - 846 = 8$.

$854 = 9 \times 94 + 8$, avec $8 < 9$.

$15 \times 77 = 1\,155 \leq 1\,164 < 1\,170 = 15 \times 78$: le quotient est 77, le reste $1\,164 - 1\,155 = 9$.

$1\,164 = 15 \times 77 + 9$, avec $9 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $154 = 12 \times 13 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $154 = 12 \times 12 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $154 = 12 \times 11 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 12, reste 10.

Comme $10 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 154 par 12 : quotient 12, reste 10.

3. $36 = 8 \times 4 + 4$

4 minibus pleins transportent 32 élèves ; il en reste 4 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 4 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°45



CAPU0045

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627	non	oui	non	non	non
745	non	non	oui	non	non
7 947	non	oui	non	oui	non
5 726	oui	non	non	non	non
9 900	oui	oui	oui	oui	oui

Sommes des chiffres :

$$627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 745 \rightarrow 7 + 4 + 5 = 16 \quad 7\,947 \rightarrow 7 + 9 + 4 + 7 = 27$$

$$5\,726 \rightarrow 5 + 7 + 2 + 6 = 20 \quad 9\,900 \rightarrow 9 + 9 + 0 + 0 = 18$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 0 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 6; \square = 4 : 9; \square = 7 : 12$$

3 solutions : 510, 540, 570.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 126 est un multiple de 9. » **Vrai**. $126 = 9 \times 14$: le reste de la division de 126 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 63 - 6 \times 6 = 63 - 36 = 27$

$$B = 9 \times 5 - 4 \times 4 = 45 - 16 = 29$$

$$C = (12 + 12) \times 6 - 9 = 24 \times 6 - 9 = 144 - 9 = 135$$

$$D = 1,3 + 2 \times 1,2 = 1,3 + 2,4 = 3,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 \times 2 - 8) \times 2 = (16 - 8) \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

$$5 + (5 + 5) \times 2 = 5 + 10 \times 2 = 5 + 20 = 25$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 19 + 26 \times 81 = 26 \times (19 + 81) = 26 \times 100 = 2\,600$$

$$F = 28 \times 9 = 28 \times (10 - 1) = 28 \times 10 - 28 \times 1 = 280 - 28 = 252$$

$$G = 2 \times 29 \times 50 = 2 \times 50 \times 29 = 100 \times 29 = 2\,900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $36 = 6^2$: **carré**

44 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 44 < 49 = 7^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

93 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 93 < 100 = 10^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 2 = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2 = 25$

$B = (3 \times 3)^2 - 2 = 9^2 - 2 = 81 - 2 = 79$

$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$

$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 3$: $2x^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$

Pour $x = 10$: $2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\ 000 = 2\ 000$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 113 :

$10^2 = 100 \leq 113$ et $11^2 = 121 > 113$.

a) Elle mettra 10 dalles sur chaque côté.

$113 - 100 = 13$

b) Il lui restera 13 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 90 et 137. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).