



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°47



CAPU0047

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 2) \times 6 \quad D = 11^2 - 93 \quad E = (3 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

343 divisé par 4 2 405 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 400 par 11 ? Justifier.

$$(a) 400 = 11 \times 37 - 7 \quad (b) 400 = 11 \times 35 + 15 \quad (c) 400 = 11 \times 36 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 205 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 205 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 471					
471					
2 804					
2 590					
815					

2. Dans le nombre $9\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 104 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°47



CAPU0047

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 74 - 5 \times 8 \quad B = 9 \times 7 - 2 \times 6$$

$$C = (5 + 7) \times 5 - 7 \quad D = 5 \times [26 - (4 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 2 + 6 \times 2 = 23 \quad 5 \times 9 + 9 + 2 = 92$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 96 \times 25 \quad F = 20 \times 11 \quad G = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

87 ; 8 ; 100 ; 81 ; 115 ; 116

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 1 \quad B = (5 \times 5)^2 - 1$$

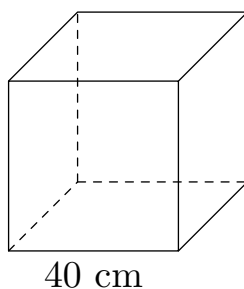
$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 8$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 15 et 75.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°47



CAPU0047

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 3 et 2 par 6.

$$D = 11^2 - 93$$
 est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 11 et 93.

$$E = (3 + 2)^3$$
 est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 85 = 340 \leq 343 < 344 = 4 \times 86$: le quotient est 85, le reste $343 - 340 = 3$.

$$343 = 4 \times 85 + 3, \text{ avec } 3 < 4.$$

$$27 \times 89 = 2\,403 \leq 2\,405 < 2\,430 = 27 \times 90$$
 : le quotient est 89, le reste $2\,405 - 2\,403 = 2$.

$$2\,405 = 27 \times 89 + 2, \text{ avec } 2 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $400 = 11 \times 37 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $400 = 11 \times 35 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $400 = 11 \times 36 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 36, reste 4.

Comme $4 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 400 par 36 : quotient 11, reste 4.

3. $205 = 7 \times 29 + 2$

a) 205 jours font 29 semaines complètes et 2 jours.

Après 29 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 2 jours : vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 205 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 471	non	oui	non	oui	non
471	non	oui	non	non	non
2 804	oui	non	non	non	non
2 590	oui	non	oui	non	oui
815	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°47



CAPU0047

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,471 &\rightarrow 6 + 4 + 7 + 1 = 18 & 471 &\rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 & 2\,804 &\rightarrow 2 + 8 + 0 + 4 = 14 \\ 2\,590 &\rightarrow 2 + 5 + 9 + 0 = 16 & 815 &\rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 4 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 954.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 104 est un multiple de 8. » **Vrai.** $104 = 8 \times 13$: le reste de la division de 104 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 74 - 5 \times 8 = 74 - 40 = 34$

$$B = 9 \times 7 - 2 \times 6 = 63 - 12 = 51$$

$$C = (5 + 7) \times 5 - 7 = 12 \times 5 - 7 = 60 - 7 = 53$$

$$D = 5 \times [26 - (4 + 3)] = 5 \times [26 - 7] = 5 \times 19 = 95$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + (2 + 6) \times 2 = 7 + 8 \times 2 = 7 + 16 = 23$$

$$5 \times (9 + 9) + 2 = 5 \times 18 + 2 = 90 + 2 = 92$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 96 \times 25 = 4 \times 25 \times 96 = 100 \times 96 = 9\,600$$

$$F = 20 \times 11 = 20 \times (10 + 1) = 20 \times 10 + 20 \times 1 = 200 + 20 = 220$$

$$G = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 = 1,5 \times (0,25 + 0,75) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $11 \times 11 = 11^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux.** $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$115 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2) \quad 116 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 116 < 121 = 11^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 1 = 5 \times 25 - 1 = 125 - 1 = 124$

$$B = (5 \times 5)^2 - 1 = 25^2 - 1 = 625 - 1 = 624$$

$$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 8 : n^2 + 3 = 8^2 + 3 = 64 + 3 = 67 \text{ et } 4n = 4 \times 8 = 32.$$

$67 \neq 32$: l'égalité est fausse pour $n = 8$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 3 = 1^2 + 3 = 1 + 3 = 4 \text{ et } 4n = 4 \times 1 = 4.$$

$4 = 4$: l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 3$, et seulement pour 1 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de $64\,000 \text{ cm}^3$.

$$\text{Un cube de } 10 \text{ cm d'arête a pour volume } 10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L.}$$

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 15 et 75. » $\rightarrow$ encore 59 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 16, 36, 64.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).