



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°48



CAPU0048

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 16 et du quotient de 24 par 4.
- **B** est le quotient de la somme de 16 et 24 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = 3 + 8 \times 3 \quad E = 4 \times (12 - 9)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

157 divisé par 4 1 495 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 321 par 11 ? Justifier.

$$(a) 321 = 11 \times 30 - 9 \quad (b) 321 = 11 \times 28 + 13 \quad (c) 321 = 11 \times 29 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes samedi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 37 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 37 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 698					
897					
2 907					
6 230					
515					

2. Dans le nombre $8\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 7 est un diviseur de 112.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°48



CAPU0048

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 77 - 5 \times 8 \quad B = 16 + 16 \div 8 \times 4$$

$$C = 52 - 2 \times (10 - 2) \quad D = [2 + 7 \times (8 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 7 - 2 + 8 = 65 \quad 2 + 7 \times 8 + 8 = 114$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 85 - 41 \times 75 \quad F = 44 \times 9 \quad G = 8 \times 22 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 8 \times 8 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2 \quad 2 \times 3^2 = 6^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

33 ; 100 ; 27 ; 42 ; 41 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 5 \quad B = (5 \times 5)^2 - 5$$

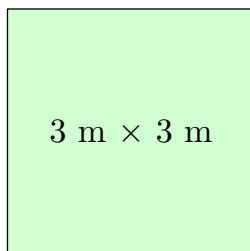
$$C = 7^2 + 3^2 \quad D = (7 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 8$ et $B = (3a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 131 et 209. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3. Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°48



CAPU0048

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 16 + 24 \div 4 = 16 + 6 = 22$

$$B = (16 + 24) \div 4 = 40 \div 4 = 10$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$$D = 3 + 8 \times 3 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 3 et du produit de 8 par 3.}$$

$$E = 4 \times (12 - 9) \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de 4 par la différence entre 12 et 9.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 39 = 156 \leq 157 < 160 = 4 \times 40$: le quotient est 39, le reste $157 - 156 = 1$.

$$157 = 4 \times 39 + 1, \text{ avec } 1 < 4.$$

$$28 \times 53 = 1\,484 \leq 1\,495 < 1\,512 = 28 \times 54 : \text{le quotient est 53, le reste } 1\,495 - 1\,484 = 11.$$

$$1\,495 = 28 \times 53 + 11, \text{ avec } 11 < 28.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $321 = 11 \times 30 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $321 = 11 \times 28 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $321 = 11 \times 29 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 29, reste 2.

Comme $2 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 321 par 29 : quotient 11, reste 2.

3. $37 = 7 \times 5 + 2$

a) 37 jours font 5 semaines complètes et 2 jours.

Après 5 semaines complètes, on est de nouveau samedi. Il reste à avancer de 2 jours : samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 37 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 698	oui	non	non	non	non
897	non	oui	non	non	non
2 907	non	oui	non	oui	non
6 230	oui	non	oui	non	oui
515	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°48



CAPU0048

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 8\,698 \rightarrow 8 + 6 + 9 + 8 = 31 & 897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 & 2\,907 \rightarrow 2 + 9 + 0 + 7 = 18 \\ 6\,230 \rightarrow 6 + 2 + 3 + 0 = 11 & 515 \rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 9 = 17 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 18$$

Une seule solution : 819.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 93 est divisible par 3 ($93 = 3 \times 31$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 7 est un diviseur de 112. » **Vrai.** $112 = 7 \times 16$: le reste de la division de 112 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 77 - 5 \times 8 = 77 - 40 = 37$

$$B = 16 + 16 \div 8 \times 4 = 16 + 2 \times 4 = 16 + 8 = 24$$

$$C = 52 - 2 \times (10 - 2) = 52 - 2 \times 8 = 52 - 16 = 36$$

$$D = [2 + 7 \times (8 - 1)] \div 5 = [2 + 7 \times 7] \div 5 = [2 + 49] \div 5 = 51 \div 5 = 10,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (7 - 2 + 8) = 5 \times (5 + 8) = 5 \times 13 = 65$$

$$2 + 7 \times (8 + 8) = 2 + 7 \times 16 = 2 + 112 = 114$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 85 - 41 \times 75 = 41 \times (85 - 75) = 41 \times 10 = 410$$

$$F = 44 \times 9 = 44 \times (10 - 1) = 44 \times 10 - 44 \times 1 = 440 - 44 = 396$$

$$G = 8 \times 22 \times 125 = 8 \times 125 \times 22 = 1\,000 \times 22 = 22\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $8 \times 8 = 8^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 2 \times 3^2 = 6^2 \text{ » Faux. } 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18, \text{ alors que } 6^2 = 36. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 33 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 33 < 36 = 6^2)$$

$$41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2) \quad 42 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°48



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 5 = 5 \times 25 - 5 = 125 - 5 = 120$

$$B = (5 \times 5)^2 - 5 = 25^2 - 5 = 625 - 5 = 620$$

$$C = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

$$D = (7 + 3)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 8 = 3 \times 2^2 - 8 = 3 \times 4 - 8 = 12 - 8 = 4$$

$$B = (3a)^2 - 8 = (3 \times 2)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$3 \times 5 = 15$$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

$$15 \text{ rangées de } 15 \text{ carreaux : } 15^2 = 15 \times 15 = 225$$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 131 et 209. » $\rightarrow$ encore 77 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).