



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°49



CAPU0049

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 7 et du produit de 8 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 7 et 8 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6^2 + 7^2 \quad \mathbf{D} = 23 - 2 \times 5 \quad \mathbf{E} = (3 + 7)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$771 \text{ divisé par } 5 \quad 514 \text{ divisé par } 23$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 263 par 12 ? Justifier.

$$(a) 263 = 12 \times 22 - 1 \quad (b) 263 = 12 \times 20 + 23 \quad (c) 263 = 12 \times 21 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 200					
3 124					
447					
1 953					
685					

2. Dans le nombre $66\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 54.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°49



CAPU0049

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 36 - 14 + 14 \quad B = 18 + 16 \div 2 \times 3$$

$$C = (9 + 5) \times 2 - 17 \quad D = [4 + 6 \times (9 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 3 - 3 + 3 = 0 \quad 6 \times 5 - 9 - 9 = 30$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 + 3,45 + 62 \quad F = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 \quad G = 26 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 7 \times 7 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 3 \times 3^2 = 9^2 \quad 3^3 = 9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 31 ; 72 ; 64 ; 8 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 5 \quad B = (4 \times 3)^2 - 5$$

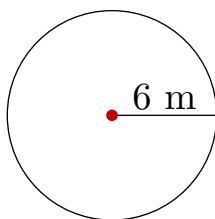
$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $4x^2$ pour $x = 2$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 167 et 208.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7 + 8 \times 3 = 7 + 24 = 31$

$B = (7 + 8) \times 3 = 15 \times 3 = 45$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 6 et de 7.

$D = 23 - 2 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 23 et le produit de 2 par 5.

$E = (3 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 154 = 770 \leq 771 < 775 = 5 \times 155$: le quotient est 154, le reste $771 - 770 = 1$.

$771 = 5 \times 154 + 1$, avec $1 < 5$.

$23 \times 22 = 506 \leq 514 < 529 = 23 \times 23$: le quotient est 22, le reste $514 - 506 = 8$.

$514 = 23 \times 22 + 8$, avec $8 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $263 = 12 \times 22 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $263 = 12 \times 20 + 23$: le « reste » 23 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $263 = 12 \times 21 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 11.

Comme $11 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 263 par 21 : quotient 12, reste 11.

3. $54 = 5 \times 10 + 4$, avec $4 < 5$

a) **Chaque joueur reçoit 10 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 200	oui	non	oui	non	oui
3 124	oui	non	non	non	non
447	non	oui	non	non	non
1 953	non	oui	non	oui	non
685	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°49



CAPU0049

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\ 200 &\rightarrow 3 + 2 + 0 + 0 = 5 & 3\ 124 &\rightarrow 3 + 1 + 2 + 4 = 10 & 447 &\rightarrow 4 + 4 + 7 = 15 \\ 1\ 953 &\rightarrow 1 + 9 + 5 + 3 = 18 & 685 &\rightarrow 6 + 8 + 5 = 19 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 6 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12 ; \square = 6 : 18$$

2 solutions : 660, 666.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 40 est pair mais $40 = 3 \times 13 + 1$.
« 3 est un diviseur de 54. » **Vrai.** $54 = 3 \times 18$: le reste de la division de 54 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 36 - 14 + 14 = 22 + 14 = 36$

$$B = 18 + 16 \div 2 \times 3 = 18 + 8 \times 3 = 18 + 24 = 42$$

$$C = (9 + 5) \times 2 - 17 = 14 \times 2 - 17 = 28 - 17 = 11$$

$$D = [4 + 6 \times (9 - 2)] \div 5 = [4 + 6 \times 7] \div 5 = [4 + 42] \div 5 = 46 \div 5 = 9,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times 3 - (3 + 3) = 2 \times 3 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$$6 \times 5 - (9 - 9) = 6 \times 5 - 0 = 30 - 0 = 30$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 + 3,45 + 62 = 38 + 62 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 26 \times 101 = 26 \times (100 + 1) = 26 \times 100 + 26 \times 1 = 2\ 600 + 26 = 2\ 626$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 3 \times 3^2 = 9^2 \text{ » Faux. } 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27, \text{ alors que } 9^2 = 81. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$31 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 31 < 36 = 6^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 72 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°49



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$

$$B = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

$$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$$

$$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 2 : 4x^2 = 4 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$\text{Pour } x = 10 : 4x^2 = 4 \times 10^2 = 4 \times 100 = 400$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est $36\pi \text{ m}^2$.

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ 113 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 167 et 208. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).