



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°5



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 28 et 8 par 4.
- **B** est la somme de 28 et du quotient de 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (4 + 6) \div 5 \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = 4 + 32 \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$555 \text{ divisé par } 7 \quad 841 \text{ divisé par } 15$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 50 par 6 ? Justifier.

$$(a) 50 = 6 \times 7 + 8 \quad (b) 50 = 6 \times 9 - 4 \quad (c) 50 = 6 \times 8 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 90 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
147					
7 623					
625					
3 428					
2 950					

2. Dans le nombre $64\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 97 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°5



CAPU0005

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 65 - 2 \times 5 \quad B = 16 + 42 \div 7 \times 4$$

$$C = 59 - 2 \times (20 - 2) \quad D = 6,4 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 9 + 5 - 4 = 108 \quad 8 \times 8 - 4 - 6 = 26$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 48 + 7,8 + 52 \quad F = 20 \times 9 \quad G = 40 \times 58 - 40 \times 48$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 9 \times 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 27 ; 136 ; 81 ; 83 ; 85

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 9 \quad B = (4 \times 4)^2 - 9$$

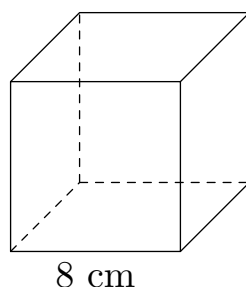
$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 15 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 3$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 121 et 177.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (28 + 8) \div 4 = 36 \div 4 = 9$

$B = 28 + 8 \div 4 = 28 + 2 = 30$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (4 + 6) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 4 et 6 par 5.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = 4 + 32 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du quotient de 32 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 79 = 553 \leq 555 < 560 = 7 \times 80$: le quotient est 79, le reste $555 - 553 = 2$.

$555 = 7 \times 79 + 2$, avec $2 < 7$.

$15 \times 56 = 840 \leq 841 < 855 = 15 \times 57$: le quotient est 56, le reste $841 - 840 = 1$.

$841 = 15 \times 56 + 1$, avec $1 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $50 = 6 \times 7 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $50 = 6 \times 9 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $50 = 6 \times 8 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 6. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 8, reste 2.

Comme $2 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 50 par 8 : quotient 6, reste 2.

3. $90 = 12 \times 7 + 6$, avec $6 < 12$

a) Elle remplit 7 boîtes pleines.

b) Il reste 6 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
147	non	oui	non	non	non
7 623	non	oui	non	oui	non
625	non	non	oui	non	non
3 428	oui	non	non	non	non
2 950	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°5



CAPU0005

Sommes des chiffres :

$$147 \rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 \quad 7\,623 \rightarrow 7 + 6 + 2 + 3 = 18 \quad 625 \rightarrow 6 + 2 + 5 = 13$$
$$3\,428 \rightarrow 3 + 4 + 2 + 8 = 17 \quad 2\,950 \rightarrow 2 + 9 + 5 + 0 = 16$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 4 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 642, 648.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 51 est divisible par 3 ($51 = 3 \times 17$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 97 est un multiple de 6. » **Faux.** $97 = 6 \times 16 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 65 - 2 \times 5 = 65 - 10 = 55$

$$B = 16 + 42 \div 7 \times 4 = 16 + 6 \times 4 = 16 + 24 = 40$$

$$C = 59 - 2 \times (20 - 2) = 59 - 2 \times 18 = 59 - 36 = 23$$

$$D = 6,4 + 3 \times 1,2 = 6,4 + 3,6 = 10$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (9 + 5) - 4 = 8 \times 14 - 4 = 112 - 4 = 108$$

$$8 \times (8 - 4) - 6 = 8 \times 4 - 6 = 32 - 6 = 26$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 48 + 7,8 + 52 = 48 + 52 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 20 \times 9 = 20 \times (10 - 1) = 20 \times 10 - 20 \times 1 = 200 - 20 = 180$$

$$G = 40 \times 58 - 40 \times 48 = 40 \times (58 - 48) = 40 \times 10 = 400$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $9 \times 9 = 9^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (2 + 4)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20.$$

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$83 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 83 < 100 = 10^2) \quad 85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°5



CAPU0005

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 136 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 4 \times 4^2 - 9 = 4 \times 16 - 9 = 64 - 9 = 55$$

$$B = (4 \times 4)^2 - 9 = 16^2 - 9 = 256 - 9 = 247$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 15 = 3^2 + 15 = 9 + 15 = 24 \text{ et } 8n = 8 \times 3 = 24.$$

24 = 24 : l'égalité est vraie pour $n = 3$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 15 = 1^2 + 15 = 1 + 15 = 16 \text{ et } 8n = 8 \times 1 = 8.$$

16 $\neq$ 8 : l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 3 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

$$\text{Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : } 8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512.$$

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 121 et 177. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).