



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°50



CAPU0050

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 27 et 4 par 4.
- **B** est la différence entre 27 et le produit de 4 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 19 - 2 \times 4 \quad \mathbf{D} = (2 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = 3 \times (14 - 7)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

191 divisé par 8 1 669 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 100 par 12 ? Justifier.

$$(a) 100 = 12 \times 8 + 4 \quad (b) 100 = 12 \times 9 - 8 \quad (c) 100 = 12 \times 7 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 204 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
537					
485					
5 026					
8 253					
1 110					

2. Dans le nombre $4\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 69.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 4 + 9 \times 2 \quad B = 7 \times 7 - 6 \times 6$$

$$C = 55 - 4 \times (12 - 8) \quad D = 2 \times [22 - (2 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 4 \times 5 - 2 = 84 \quad 8 \times 7 - 2 - 4 = 36$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 \quad F = 56 + 3,45 + 44 \quad G = 20 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 6 + 6 + 6 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

39 ; 16 ; 1 000 ; 49 ; 64 ; 80

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 7 \quad B = (2 \times 3)^2 - 7$$

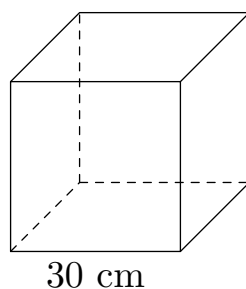
$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 2$ et $B = (4a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 25 et 104.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (27 - 4) \times 4 = 23 \times 4 = 92$

$B = 27 - 4 \times 4 = 27 - 16 = 11$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 19 - 2 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 19 et le produit de 2 par 4.

$D = (2 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 7.

$E = 3 \times (14 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 14 et 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 23 = 184 \leq 191 < 192 = 8 \times 24$: le quotient est 23, le reste $191 - 184 = 7$.

$191 = 8 \times 23 + 7$, avec $7 < 8$.

$13 \times 128 = 1\,664 \leq 1\,669 < 1\,677 = 13 \times 129$: le quotient est 128, le reste $1\,669 - 1\,664 = 5$.

$1\,669 = 13 \times 128 + 5$, avec $5 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $100 = 12 \times 8 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $100 = 12 \times 9 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $100 = 12 \times 7 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 4.

Comme $4 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 100 par 8 : quotient 12, reste 4.

3. $204 = 30 \times 6 + 24$

En 6 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 24.

a) Il lui faut $6 + 1 = 7$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 24 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
537	non	oui	non	non	non
485	non	non	oui	non	non
5 026	oui	non	non	non	non
8 253	non	oui	non	oui	non
1 110	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°50



CAPU0050

Sommes des chiffres :

$$537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 \quad 485 \rightarrow 4 + 8 + 5 = 17 \quad 5\,026 \rightarrow 5 + 0 + 2 + 6 = 13$$

$$8\,253 \rightarrow 8 + 2 + 5 + 3 = 18 \quad 1\,110 \rightarrow 1 + 1 + 1 + 0 = 3$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 4 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 414, 444, 474.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 70 est pair mais $70 = 3 \times 23 + 1$.
« 3 est un diviseur de 69. » **Vrai.** $69 = 3 \times 23$: le reste de la division de 69 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 4 + 9 \times 2 = 4 + 18 = 22$

$$B = 7 \times 7 - 6 \times 6 = 49 - 36 = 13$$

$$C = 55 - 4 \times (12 - 8) = 55 - 4 \times 4 = 55 - 16 = 39$$

$$D = 2 \times [22 - (2 + 4)] = 2 \times [22 - 6] = 2 \times 16 = 32$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times 4 \times (5 - 2) = 7 \times 4 \times 3 = 28 \times 3 = 84$$

$$8 \times (7 - 2) - 4 = 8 \times 5 - 4 = 40 - 4 = 36$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 = 1,5 \times (0,25 + 0,75) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 56 + 3,45 + 44 = 56 + 44 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$G = 20 \times 99 = 20 \times (100 - 1) = 20 \times 100 - 20 \times 1 = 2\,000 - 20 = 1\,980$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $4 \times 4 = 4^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$80 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 80 < 81 = 9^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°50



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 3^2 - 7 = 2 \times 9 - 7 = 18 - 7 = 11$$

$$B = (2 \times 3)^2 - 7 = 6^2 - 7 = 36 - 7 = 29$$

$$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 2 = 4 \times 5^2 - 2 = 4 \times 25 - 2 = 100 - 2 = 98$$

$$B = (4a)^2 - 2 = (4 \times 5)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

$$1. V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\,000$$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$27\,000 \div 1\,000 = 27$$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 25 et 104. » $\rightarrow$ encore 78 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 27, 64.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).