



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°51



CAPU0051

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 7 et de 5.
- **B** est le carré de la somme de 7 et 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 8 + 6 \times 8 \quad \mathbf{D} = (2 + 3) \times 2 \quad \mathbf{E} = (3 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

589 divisé par 3 1 722 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 411 par 15 ? Justifier.

$$(a) 411 = 15 \times 28 - 9 \quad (b) 411 = 15 \times 27 + 6 \quad (c) 411 = 15 \times 26 + 21$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 67 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 763					
561					
6 286					
9 580					
595					

2. Dans le nombre $9\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 194.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°51



CAPU0051

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 - 12 + 12 \quad B = 24 \div 8 \times 4$$

$$C = (8 \times 7 - 8) \div 5 \quad D = 8,7 + 2 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 9 - 3 + 2 = 11 \quad 6 + 2 \times 8 - 7 = 57$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 \times 9 \quad F = 53 + 5,05 + 47 \quad G = 37 \times 51 - 37 \times 41$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 144 ; 143 ; 100 ; 147 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 7 \quad B = (5 \times 5)^2 - 7$$

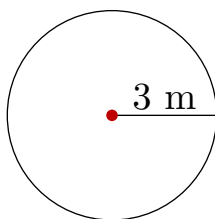
$$C = 1^2 + 5^2 \quad D = (1 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 + 3x$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 106 et 161.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

$B = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8 + 6 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 6 par 8.

$D = (2 + 3) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 3 par 2.

$E = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 196 = 588 \leq 589 < 591 = 3 \times 197$: le quotient est 196, le reste $589 - 588 = 1$.

$589 = 3 \times 196 + 1$, avec $1 < 3$.

$16 \times 107 = 1\,712 \leq 1\,722 < 1\,728 = 16 \times 108$: le quotient est 107, le reste $1\,722 - 1\,712 = 10$.

$1\,722 = 16 \times 107 + 10$, avec $10 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $411 = 15 \times 28 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $411 = 15 \times 27 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $411 = 15 \times 26 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 27, reste 6.

Comme $6 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 411 par 27 : quotient 15, reste 6.

3. $67 = 15 \times 4 + 7$

4 minibus pleins transportent 60 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 7 = 8$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°51



CAPU0051

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 763	non	oui	non	oui	non
561	non	oui	non	non	non
6 286	oui	non	non	non	non
9 580	oui	non	oui	non	oui
595	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$2\,763 \rightarrow 2 + 7 + 6 + 3 = 18 \quad 561 \rightarrow 5 + 6 + 1 = 12 \quad 6\,286 \rightarrow 6 + 2 + 8 + 6 = 22$$

$$9\,580 \rightarrow 9 + 5 + 8 + 0 = 22 \quad 595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 5 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 945.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 194. » **Faux**. $194 = 8 \times 24 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 - 12 + 12 = 8 + 12 = 20$

$$B = 24 \div 8 \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

$$C = (8 \times 7 - 8) \div 5 = (56 - 8) \div 5 = 48 \div 5 = 9,6$$

$$D = 8,7 + 2 \times 2,5 = 8,7 + 5 = 13,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 9 - (3 + 2) = 7 + 9 - 5 = 16 - 5 = 11$$

$$(6 + 2) \times 8 - 7 = 8 \times 8 - 7 = 64 - 7 = 57$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 \times 9 = 20 \times (10 - 1) = 20 \times 10 - 20 \times 1 = 200 - 20 = 180$$

$$F = 53 + 5,05 + 47 = 53 + 47 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 37 \times 51 - 37 \times 41 = 37 \times (51 - 41) = 37 \times 10 = 370$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°51



CAPU0051

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $8 \times 8 = 8^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

$100 = 10^2$: **carré** 143 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2$)

$144 = 12^2$: **carré** 147 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 7 = 5 \times 25 - 7 = 125 - 7 = 118$

$B = (5 \times 5)^2 - 7 = 25^2 - 7 = 625 - 7 = 618$

$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$

$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 3$: $x^2 + 3x = 3^2 + 3 \times 3 = 9 + 3 \times 3 = 9 + 9 = 18$

Pour $x = 10$: $x^2 + 3x = 10^2 + 3 \times 10 = 100 + 3 \times 10 = 100 + 30 = 130$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) **L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.**

$9 \times 3,14 = 28,26$

b) **L'aire vaut environ 28 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 106 et 161. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).