



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°52



CAPU0052

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 8^2 - 15 \quad D = (3 + 9) \div 3 \quad E = 9 \times (10 - 5)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

896 divisé par 6 2 003 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 75 par 7 ? Justifier.

$$(a) 75 = 7 \times 11 - 2 \quad (b) 75 = 7 \times 10 + 5 \quad (c) 75 = 7 \times 9 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
231					
3 554					
3 770					
515					
4 023					

2. Dans le nombre $5\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 65.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 55 - 9 + 12 \quad B = 54 \div 9 \times 2$$

$$C = (3 \times 8 - 2) \div 4 \quad D = 4,2 + 4 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 3 + 7 \times 9 = 95 \quad 4 \times 2 + 3 - 4 = 4$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 \quad F = 15 \times 11 \quad G = 5 \times 15 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 11 \times 11 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

113 ; 25 ; 8 ; 100 ; 146 ; 129

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 4 \quad B = (5 \times 5)^2 - 4$$

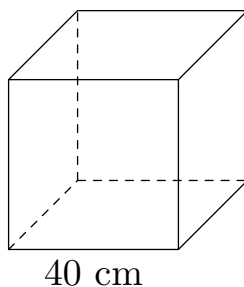
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 8$ pour $x = 4$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 111 et 160.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 8^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 8 et 15.

$$D = (3 + 9) \div 3 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 3 et 9 par 3.}$$

$$E = 9 \times (10 - 5) \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de 9 par la différence entre 10 et 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 149 = 894 \leq 896 < 900 = 6 \times 150$: le quotient est 149, le reste $896 - 894 = 2$.

$$896 = 6 \times 149 + 2, \text{ avec } 2 < 6.$$

$$26 \times 77 = 2\,002 \leq 2\,003 < 2\,028 = 26 \times 78 : \text{le quotient est 77, le reste } 2\,003 - 2\,002 = 1.$$

$$2\,003 = 26 \times 77 + 1, \text{ avec } 1 < 26.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $75 = 7 \times 11 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $75 = 7 \times 10 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $75 = 7 \times 9 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 10, reste 5.

Comme $5 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 75 par 10 : quotient 7, reste 5.

3. $108 = 8 \times 13 + 4$, avec $4 < 8$

a) **Chaque joueur reçoit 13 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
231	non	oui	non	non	non
3 554	oui	non	non	non	non
3 770	oui	non	oui	non	oui
515	non	non	oui	non	non
4 023	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°52



CAPU0052

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 231 \rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 & 3\,554 \rightarrow 3 + 5 + 5 + 4 = 17 & 3\,770 \rightarrow 3 + 7 + 7 + 0 = 17 \\ 515 \rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 & 4\,023 \rightarrow 4 + 0 + 2 + 3 = 9 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 7 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 18$$

Une seule solution : 567.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 819, somme des chiffres 18.

« 3 est un diviseur de 65. » **Faux.** $65 = 3 \times 21 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 55 - 9 + 12 = 46 + 12 = 58$

$$B = 54 \div 9 \times 2 = 6 \times 2 = 12$$

$$C = (3 \times 8 - 2) \div 4 = (24 - 2) \div 4 = 22 \div 4 = 5,5$$

$$D = 4,2 + 4 \times 1,2 = 4,2 + 4,8 = 9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + (3 + 7) \times 9 = 5 + 10 \times 9 = 5 + 90 = 95$$

$$4 \times (2 + 3 - 4) = 4 \times (5 - 4) = 4 \times 1 = 4$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

$$F = 15 \times 11 = 15 \times (10 + 1) = 15 \times 10 + 15 \times 1 = 150 + 15 = 165$$

$$G = 5 \times 15 \times 20 = 5 \times 20 \times 15 = 100 \times 15 = 1\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $11 \times 11 = 11^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } (2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (2 + 1)^2 = 3^2 = 9, \text{ alors que } 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 113 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°52



129 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 129 < 144 = 12^2$) 146 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 146 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 4 = 5 \times 25 - 4 = 125 - 4 = 121$

$$B = (5 \times 5)^2 - 4 = 25^2 - 4 = 625 - 4 = 621$$

$$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 4 : x^3 + 8 = 4^3 + 8 = 64 + 8 = 72$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^3 + 8 = 10^3 + 8 = 1\,000 + 8 = 1\,008$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de 64 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 111 et 160. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).