



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°53



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 27 et 27 par 3.
- **B** est la somme de 27 et du quotient de 27 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 2)^2 \quad D = (15 + 30) \div 9 \quad E = 4 \times (10 - 4)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

883 divisé par 7 2 395 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 138 par 12 ? Justifier.

$$(a) 138 = 12 \times 12 - 6 \quad (b) 138 = 12 \times 11 + 6 \quad (c) 138 = 12 \times 10 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 101 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
591					
505					
8 199					
9 982					
2 300					

2. Dans le nombre $72\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 104.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°53



CAPU0053

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 31 - 9 + 5 \quad B = 15 + 18 \div 6 \times 2$$

$$C = 74 - 2 \times (14 - 4) \quad D = [8 + 5 \times (12 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 6 - 9 + 7 = 8 \quad 5 - 3 + 8 \times 7 = 70$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 40 \times 125 \quad F = 31 \times 101 \quad G = 43 \times 73 + 43 \times 27$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 7 + 7 + 7 \quad 12 \times 12 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

92 ; 138 ; 36 ; 49 ; 15 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 5 \quad B = (2 \times 2)^2 - 5$$

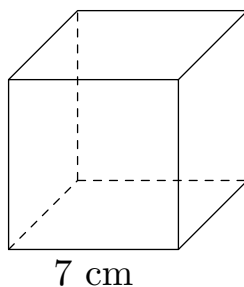
$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 6 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 8$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 7 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 70 et 131.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°53



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (27 + 27) \div 3 = 54 \div 3 = 18$

$$B = 27 + 27 \div 3 = 27 + 9 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 2.

$$D = (15 + 30) \div 9 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 15 et 30 par 9.}$$

$$E = 4 \times (10 - 4) \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de 4 par la différence entre 10 et 4.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 126 = 882 \leq 883 < 889 = 7 \times 127$: le quotient est 126, le reste $883 - 882 = 1$.

$$883 = 7 \times 126 + 1, \text{ avec } 1 < 7.$$

$$21 \times 114 = 2\,394 \leq 2\,395 < 2\,415 = 21 \times 115 : \text{le quotient est 114, le reste } 2\,395 - 2\,394 = 1.$$

$$2\,395 = 21 \times 114 + 1, \text{ avec } 1 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $138 = 12 \times 12 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $138 = 12 \times 11 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $138 = 12 \times 10 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 11, reste 6.

Comme $6 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 138 par 11 : quotient 12, reste 6.

3. $101 = 16 \times 6 + 5$

6 minibus pleins transportent 96 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 5 = 11$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
591	non	oui	non	non	non
505	non	non	oui	non	non
8 199	non	oui	non	oui	non
9 982	oui	non	non	non	non
2 300	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 \quad 505 \rightarrow 5 + 0 + 5 = 10 \quad 8\,199 \rightarrow 8 + 1 + 9 + 9 = 27$$

$$9\,982 \rightarrow 9 + 9 + 8 + 2 = 28 \quad 2\,300 \rightarrow 2 + 3 + 0 + 0 = 5$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 2 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 720.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 96 est divisible par 3 ($96 = 3 \times 32$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 104. » **Vrai.** $104 = 4 \times 26$: le reste de la division de 104 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 31 - 9 + 5 = 22 + 5 = 27$

$$B = 15 + 18 \div 6 \times 2 = 15 + 3 \times 2 = 15 + 6 = 21$$

$$C = 74 - 2 \times (14 - 4) = 74 - 2 \times 10 = 74 - 20 = 54$$

$$D = [8 + 5 \times (12 - 4)] \div 2 = [8 + 5 \times 8] \div 2 = [8 + 40] \div 2 = 48 \div 2 = 24$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 6 - (9 + 7) = 4 \times 6 - 16 = 24 - 16 = 8$$

$$(5 - 3 + 8) \times 7 = (2 + 8) \times 7 = 10 \times 7 = 70$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 40 \times 125 = 8 \times 125 \times 40 = 1\,000 \times 40 = 40\,000$$

$$F = 31 \times 101 = 31 \times (100 + 1) = 31 \times 100 + 31 \times 1 = 3\,100 + 31 = 3\,131$$

$$G = 43 \times 73 + 43 \times 27 = 43 \times (73 + 27) = 43 \times 100 = 4\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

15 : ni l'un ni l'autre ($3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2$) $36 = 6^2$: **carré**

49 = 7^2 : **carré** 92 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 92 < 100 = 10^2$)

138 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 138 < 144 = 12^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 5 = 2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$

$B = (2 \times 2)^2 - 5 = 4^2 - 5 = 16 - 5 = 11$

$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 8$: $n^2 + 6 = 8^2 + 6 = 64 + 6 = 70$ et $7n = 7 \times 8 = 56$.

$70 \neq 56$: l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42$ et $7n = 7 \times 6 = 42$.

$42 = 42$: l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 6 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 7 petits cubes sur 7 : $7^2 = 7 \times 7 = 49$.

a) On voit 49 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 7 couches de 49 petits cubes : $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$.

b) Il a utilisé 343 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $7 - 2 = 5$ petits cubes d'arête. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

c) 125 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°53



CAPU0053

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 70 et 131. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100, 121.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).