



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°54



CAPU0054

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4^2 - 8 \quad D = 14 + 9 \times 3 \quad E = (6 + 8) \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

761 divisé par 3 1 438 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 137 par 13 ? Justifier.

$$(a) 137 = 13 \times 9 + 20 \quad (b) 137 = 13 \times 10 + 7 \quad (c) 137 = 13 \times 11 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 30 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 30 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 310					
537					
4 977					
595					
4 766					

2. Dans le nombre $94\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 138.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°54



CAPU0054

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 40 - 9 + 8 \quad B = 19 + 12 \div 3 \times 4$$

$$C = 79 - 4 \times (19 - 4) \quad D = 6,5 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 7 - 7 - 5 = 12 \quad 7 + 9 + 7 \times 3 = 55$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad F = 47 \times 11 \quad G = 23 + 7,8 + 77$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 10 \times 10 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 6^2 = 18^2 \quad 3^2 = 6 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

80 ; 39 ; 36 ; 121 ; 8 ; 52

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 4 \quad B = (2 \times 6)^2 - 4$$

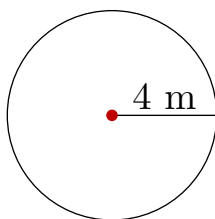
$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 18 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 229 et 293.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$

$B = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4^2 - 8$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 4 et 8.

$D = 14 + 9 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 14 et du produit de 9 par 3.

$E = (6 + 8) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 6 et 8 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 253 = 759 \leq 761 < 762 = 3 \times 254$: le quotient est 253, le reste $761 - 759 = 2$.

$761 = 3 \times 253 + 2$, avec $2 < 3$.

$19 \times 75 = 1\,425 \leq 1\,438 < 1\,444 = 19 \times 76$: le quotient est 75, le reste $1\,438 - 1\,425 = 13$.

$1\,438 = 19 \times 75 + 13$, avec $13 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $137 = 13 \times 9 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $137 = 13 \times 10 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $137 = 13 \times 11 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 10, reste 7.

Comme $7 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 137 par 10 : quotient 13, reste 7.

3. $30 = 7 \times 4 + 2$

a) 30 jours font 4 semaines complètes et 2 jours.

Après 4 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 2 jours : mercredi → jeudi → vendredi.

b) Dans 30 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 310	oui	non	oui	non	oui
537	non	oui	non	non	non
4 977	non	oui	non	oui	non
595	non	non	oui	non	non
4 766	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°54



CAPU0054

Sommes des chiffres :

$$1\ 310 \rightarrow 1 + 3 + 1 + 0 = 5 \quad 537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 \quad 4\ 977 \rightarrow 4 + 9 + 7 + 7 = 27$$
$$595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 \quad 4\ 766 \rightarrow 4 + 7 + 6 + 6 = 23$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 4 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 942, 948.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 6 est un diviseur de 138. » **Vrai.** $138 = 6 \times 23$: le reste de la division de 138 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 40 - 9 + 8 = 31 + 8 = 39$

$$B = 19 + 12 \div 3 \times 4 = 19 + 4 \times 4 = 19 + 16 = 35$$

$$C = 79 - 4 \times (19 - 4) = 79 - 4 \times 15 = 79 - 60 = 19$$

$$D = 6,5 + 3 \times 1,2 = 6,5 + 3,6 = 10,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 7 - (7 - 5) = 7 + 7 - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$7 + (9 + 7) \times 3 = 7 + 16 \times 3 = 7 + 48 = 55$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 47 \times 11 = 47 \times (10 + 1) = 47 \times 10 + 47 \times 1 = 470 + 47 = 517$$

$$G = 23 + 7,8 + 77 = 23 + 77 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $10 \times 10 = 10^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $3 \times 6^2 = 18^2$ » **Faux.** $3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$, alors que $18^2 = 324$. Le carré ne porte que sur 6.

« $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$39 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2) \quad 52 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2)$$

$$80 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (8^2 = 64 < 80 < 81 = 9^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 4 = 2 \times 36 - 4 = 72 - 4 = 68$

$B = (2 \times 6)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$

$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 3$: $x^2 + 18 = 3^2 + 18 = 9 + 18 = 27$ et $9x = 9 \times 3 = 27$.

27 = 27 : l'égalité est vraie pour $x = 3$.

Pour $x = 5$: $x^2 + 18 = 5^2 + 18 = 25 + 18 = 43$ et $9x = 9 \times 5 = 45$.

43 $\neq$ 45 : l'égalité est fausse pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 3 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.

$16 \times 3,14 = 50,24$

b) L'aire vaut environ 50 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 229 et 293. » $\rightarrow$ encore 63 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 256.

Le nombre mystère est 256 ($256 = 16^2$).