



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°55



CAPU0055

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 5 et 4 par 6.
- **B** est la somme de 5 et du produit de 4 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 10 + 2 \times 6 \quad \mathbf{D} = 2 \times 5^2 - 17 \quad \mathbf{E} = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$575 \text{ divisé par } 7 \quad 514 \text{ divisé par } 18$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 266 par 12 ? Justifier.

$$(a) 266 = 12 \times 22 + 2 \quad (b) 266 = 12 \times 21 + 14 \quad (c) 266 = 12 \times 23 - 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 235 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 270					
717					
8 667					
8 392					
185					

2. Dans le nombre $95\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 94 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°55



CAPU0055

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 57 - 2 \times 5 \quad B = 12 + 56 \div 7 \times 4$$

$$C = 85 - 2 \times (10 - 7) \quad D = [5 + 9 \times (8 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 9 + 2 \times 2 = 117 \quad 6 \times 4 \times 9 - 5 = 186$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 34 + 5,05 + 66 \quad F = 44 \times 37 + 44 \times 63 \quad G = 45 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 5 + 5 + 5 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \quad 1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 64 ; 36 ; 147 ; 27 ; 24

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 4 \quad B = (5 \times 6)^2 - 4$$

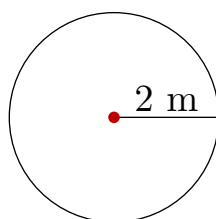
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 4 = 5n$ est-elle vraie pour $n = 4$? Pour $n = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 2 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 37.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°55



CAPU0055

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 4) \times 6 = 9 \times 6 = 54$

$B = 5 + 4 \times 6 = 5 + 24 = 29$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 10 + 2 \times 6$ est une **somme** : c'est la somme de 10 et du produit de 2 par 6.

$D = 2 \times 5^2 - 17$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 5 et 17.

$E = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 82 = 574 \leq 575 < 581 = 7 \times 83$: le quotient est 82, le reste $575 - 574 = 1$.

$575 = 7 \times 82 + 1$, avec $1 < 7$.

$18 \times 28 = 504 \leq 514 < 522 = 18 \times 29$: le quotient est 28, le reste $514 - 504 = 10$.

$514 = 18 \times 28 + 10$, avec $10 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $266 = 12 \times 22 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $266 = 12 \times 21 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $266 = 12 \times 23 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 22, reste 2.

Comme $2 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 266 par 22 : quotient 12, reste 2.

3. $235 = 6 \times 39 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 39 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 270	oui	non	oui	non	oui
717	non	oui	non	non	non
8 667	non	oui	non	oui	non
8 392	oui	non	non	non	non
185	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°55



CAPU0055

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\,270 &\rightarrow 5 + 2 + 7 + 0 = 14 & 717 &\rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 & 8\,667 &\rightarrow 8 + 6 + 6 + 7 = 27 \\ 8\,392 &\rightarrow 8 + 3 + 9 + 2 = 22 & 185 &\rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 5 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 954.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 387, somme des chiffres 18.

« 94 est un multiple de 4. » **Faux.** $94 = 4 \times 23 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 57 - 2 \times 5 = 57 - 10 = 47$

$$B = 12 + 56 \div 7 \times 4 = 12 + 8 \times 4 = 12 + 32 = 44$$

$$C = 85 - 2 \times (10 - 7) = 85 - 2 \times 3 = 85 - 6 = 79$$

$$D = [5 + 9 \times (8 - 4)] \div 5 = [5 + 9 \times 4] \div 5 = [5 + 36] \div 5 = 41 \div 5 = 8,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (9 + 2 \times 2) = 9 \times (9 + 4) = 9 \times 13 = 117$$

$$6 \times (4 \times 9 - 5) = 6 \times (36 - 5) = 6 \times 31 = 186$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 34 + 5,05 + 66 = 34 + 66 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 44 \times 37 + 44 \times 63 = 44 \times (37 + 63) = 44 \times 100 = 4\,400$$

$$G = 45 \times 9 = 45 \times (10 - 1) = 45 \times 10 - 45 \times 1 = 450 - 45 = 405$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $9 \times 9 = 9^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $(3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2$ » **Faux.** $(3 + 1)^2 = 4^2 = 16$, alors que $3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$24 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 147 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 4 = 5 \times 36 - 4 = 180 - 4 = 176$

$B = (5 \times 6)^2 - 4 = 30^2 - 4 = 900 - 4 = 896$

$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$

$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 4$: $n^2 + 4 = 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ et $5n = 5 \times 4 = 20$.

20 = 20 : l'égalité est vraie pour $n = 4$.

Pour $n = 2$: $n^2 + 4 = 2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$ et $5n = 5 \times 2 = 10$.

8 $\neq$ 10 : l'égalité est fausse pour $n = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 4 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 2^2 = \pi \times 4 = 4\pi$

a) L'aire exacte est $4\pi \text{ m}^2$.

$4 \times 3,14 = 12,56$

b) L'aire vaut environ 13 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 2^2$, et non $(\pi \times 2)^2$. On élève 2 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 37. » $\rightarrow$ encore 35 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 9, 25.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).